Übungen in lin.Alg.+Geom. ◇ E+M II / 06 ◇

Ausbau Matrizenrechnung

Probl. 1 Gegeben eine Vektorfunktion $\mathbb{R} \ni t \longmapsto \vec{v}_k(t) \in \mathbb{R}^2$.
Skizziere diese Vektorfunktion. Wähle dabei t aus einem Intervall, das eine volle Periode abdeckt.

(a) $\vec{v}_1(t) = \begin{pmatrix} 2\,\cos(t) + \frac{\cos(5\,t)}{3} \\ \sin(t) + \frac{\sin(5\,t)}{3} \end{pmatrix}$.

(b) $\vec{v}_1(t) = \begin{pmatrix} 2\,\cos(t) + \frac{\cos(6\,t)}{4} \\ \sin(t) + \frac{\sin(6\,t)}{4} \end{pmatrix}$.

(c) $\vec{v}_1(t) = \begin{pmatrix} 2\,\cos(t) + \frac{\cos(8\,t)}{6} \\ \sin(t) + \frac{\sin(8\,t)}{6} \end{pmatrix}$.

(d) $\vec{v}_1(t) = \begin{pmatrix} 2\,\cos(t) + \frac{\cos(8\,t)}{6} \\ \sin(t) + \frac{\cos(8\,t)}{6} \end{pmatrix}$.

Probl. 2 Berechne $\vec{v}_1\,'(t)$ und skizziere die Tangente (Tangentialvektor) an die Kurve für $t = 1.2$.

Überlege auch, wo an der Kurve Spitzen entstehen.

Probl. 3 Gegeben ist die nachfolgende Vektorfunktion $\mathbb{R} \ni t \longmapsto \vec{v}(t) \in \mathbb{R}^3$.
Skizziere diese Vektorfunktion. Wähle dabei $t \in [-\pi,\, 2\,\pi]$.

$$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} 2\,\cos(t) + \frac{\cos(5\,t)}{3} \\ \sin(t) + \frac{\sin(5\,t)}{3} \\ \sqrt{(t-\pi)^2} \end{pmatrix}$$

Probl. 4 Gegeben ist eine Gerade g durch den Ursprung O und den Richtungsvektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(a) Berechne eine Matrix M, mit welcher ein Punkt mit dem Ortsvektor $\overrightarrow{OP}$ an g gespiegelt wird.

(b) Speziell ist duch $P(1;\, 5)$ und dem Zentrum O ein Fünfeck gegeben. Spiegele dieses Fünfeck.

(c) Visualisiere die Situation.

%

Probl. 5 Gegeben ist eine Ebene Φ im Raum, $\Phi: \ \vec{x} = \vec{r}_0 + \lambda\,\vec{a} + \mu\,\vec{b}$. Es gilt:

$$\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \ \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \ \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(a) Beschreibe eine Abbildung, die sich aus einer Translation, einer Ebenenspiegelung an eine Ebene durch O und einer Rücktranslation zusammensetzt, mit deren Hife man dann einen beliebigen Punkt P an Φ spiegeln kann.

(b) Berechne die Matrix M, mit der die Ebenenspiegelung an die Ebene durch O ausgeführt werden kann.

(c) Speziell ist duch $P_1(1;5;2)$, $P_2(2;6;5)$, $P_3(4;3;1)$ und $P_4(-1;1;-5)$ ein Tetraeder gegeben. Spiegele dieses Tetraeder an Φ.

(d) Visualisiere die Situation.