

Vordiplom 1 1992
Klasse E1D (alt E2D) – Abteilung Elektrotechnik
Mathematik

Zeit inkl. Pause:
0800 – 1200

Restaurierte Version nach dem NeXT-Crash vom Herbst 1999

WIR92/17/604/01

Bedingungen:

- Alle Probleme sind selbständig zu lösen. Unehrenhaftes Verhalten hat einen sofortigen Ausschluss von der Prüfung zur Folge.
- Für die Schrift ist dokumentechtes Schreibgerät zu verwenden. Bleistift wird nur bei allfälligen Zeichnungen und Skizzen akzeptiert.
- Es wird eine saubere und klare Darstellung des Lösungsweges mit Angabe von Ideen und Zwischenresultaten verlangt. Resultate ohne Herleitung werden nicht akzeptiert.
- Bei Verwendung von Dezimalbrüchen darf die Abweichung der Schlussresultate vom exakten Resultat nicht mehr als 0.1% betragen.
- Physikalische Einheiten dürfen generell weggelassen werden, sofern nicht anders vermerkt.
- Resultate sind doppelt zu unterstreichen.
- Ungültige Teile sind sauber durchzustreichen.
- Pro Aufgabe ist ein neues Blatt zu verwenden. Die Rückseiten der Schreibblätter müssen leer bleiben. Sie werden vielleicht nicht korrigiert!
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Kursunterlagen (Kurzfassung), Formelbücher, Taschenrechner, Schreibpapier und Schreibzeug.
- Die Prüfung besteht aus 6 von 7 unabhängigen Aufgaben aus der behandelten Mathematik.
- Ziel: 6 Probleme sind auszuwählen und zu lösen. Es ist aber auch erlaubt, alle 7 Aufgaben zu lösen.

INGENIEURSCHULE BIEL (HTL)

Vordiplomprüfung 1 Mathematik 1992**Klasse E1D***Viel Glück !***A. Kürzere Aufgaben****Aufgabe 1 (a) (6 Punkte)**

Berechnen Sie den folgenden Ausdruck so weit wie möglich:

$$\frac{d}{dx} \left(\left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n \cdot x)}{10^n} \right) - \frac{\ln(x)}{9} \right) = ?$$

(b) (6 Punkte)Beweisen Sie korrekt *mit vollständiger Induktion*:

$$\left(\sum_{k=0}^n k \right)^2 = \sum_{k=0}^n k^3$$

*Hinweis: Schreiben Sie „die Summen aus“ und beachten Sie den Trick, den man benutzt, um die Zahlen von 1 bis 100 zu addieren.***Aufgabe 2 (a) (6 Punkte)**

Bestimmen Sie das Volumen und den Oberflächeninhalt des Tetraeders mit den folgenden Eckpunkten:

$$A(-1/2/0), \quad B(2/1/-3), \quad C(1/0/1), \quad D(3/-2/3)$$

(b) (6 Punkte)Seien $z = a + i b$ sowie $z' = a' + i b'$ Zahlen $\in \mathbb{C}$.**i. (4 Punkte)**

Beweisen Sie durch Rechnung die folgende Gleichung:

$$|z + z'|^2 + |z - z'|^2 = 2(|z|^2 + |z'|^2)$$

ii. (2 Punkte)

Erklären Sie die geometrische Bedeutung dieser Gleichung mittels einer Skizze.

A. Längere Aufgaben

Aufgabe 3 (12 Punkte)

Es besteht das Problem, mit Hilfe von Schaltungen zwei zweistellige Dualzahlen zu multiplizieren.

(a) (4 Punkte)

Erstellen Sie die Multiplikationstabelle für die Zahlen (entsprechend der Wahrheitstabelle).

(b) (4 Punkte)

Lösen Sie das Darstellungsproblem, indem Sie Boolesche Ausdrücke herleiten, in denen nur „·“, „+“ und „–“ vorkommen.

(c) (4 Punkte)

Lösen Sie das Minimalisierungsproblem, falls noch notwendig. Wenn Mehrdeutigkeit vorliegt, sind alle Alternativen aufzuführen. (Bedingungen wie üblich.)

Aufgabe 4 (12 Punkte)

Sei $f(x) = e^x \cdot \ln(x)$.

(a) (6 Punkte)

Entwickeln Sie $f(x)$ in eine Potenzreihe um $x = 1$. (Resultat bis zu $O[x^5]$.)

(b) (3 Punkte)

Liegt $(0, 2)$ im Konvergenzintervall? (Begründung!)

(c) (3 Punkte)

Lässt sich damit eine Näherungsformel für $\int_1^x f(\xi) d\xi$ herleiten?

(Leiten Sie allenfalls die Formel her!)

Aufgabe 5 (12 Punkte)

Gegeben sind die Kurven $x^2 + y^2 = 2$ und $y = 2 - x^2$ in der Halbebene mit $y \geq 0$. (Dabei sei $I = \{x \mid y(x) \geq 0\}$.)

Bestimmen Sie den gemeinsamen Inhalt (Durchschnitt) der Flächen zwischen der x -Achse und den Kurven.

Aufgabe 6 (12 Punkte)

Das experimentelle Studium eines physikalischen Vorgangs führt auf folgenden Zusammenhang:

$$f(x) = a \frac{(x-6)(x-b)}{(x-4)}$$

Weiter ist bekannt, dass $g(x) = x - 5$ eine Asymptote sein muss.

Bestimmen Sie a , b und diskutieren Sie $f(x)$. (Symmetrie, y -Achsenabschnitt, Nullstellen, Minima und Maxima, Wendekunkte, Pole, Graph.)

Aufgabe 7 (12 Punkte)

Der Punkt $P_1(3/6/2)$ liegt auf der Kugel K_1 . Zentrum von K_1 ist der Origo. Konzentrisch um K_1 ist eine zweite Kugel K_2 vorhanden mit doppeltem Radius. K_2 ist innen verspiegelt.

Von P_1 aus wird tangential zu K_1 ein Laserstrahl mit $x = \text{const.}$ ausgesendet, der in P_2 auf K_2 trifft und dann nach P_3 auf K_1 geworfen wird (falls ein Schnittpunkt vorhanden ist). P_2 soll so sein, dass die y -Koordinate minimal ist.

Berechnen Sie die Koordinatengleichung der Spiegelebene in P_2 sowie die Koordinaten der Punkte P_2 und P_3 .

Hinweis: Für einen Spiegel gilt das Reflexionsgesetz, d.h. Einfallswinkel gleich Ausfallswinkel.

— ENDE —