

Vordiplom 2, 2002  
Klasse B2  
Mathematik

Zeit: 180 Minuten

WIR2002/16/RIIc/Mo 9.9.02/0800

**Bedingungen:**

- Alle Probleme sind selbständig zu lösen. Unehrenhaftes Verhalten hat einen sofortigen Ausschluss von der Prüfung zur Folge.
- Für die Schrift ist dokumentechtes Schreibgerät zu verwenden. Bleistift wird nur bei allfälligen Zeichnungen und Skizzen akzeptiert.
- Es wird eine saubere und klare Darstellung des Lösungsweges mit Angabe von Ideen und Zwischenresultaten verlangt. Resultate ohne Herleitung werden nicht akzeptiert.
- Bei Verwendung von Dezimalbrüchen darf die Abweichung der Schlussresultate vom exakten Resultat nicht mehr als 0.1% betragen.
- Physikalische Einheiten dürfen generell weggelassen werden, sofern nicht anders vermerkt.
- Resultate sind doppelt zu unterstreichen.
- Ungültige Teile sind sauber durchzustreichen.
- Pro Aufgabe ist ein neues Blatt zu verwenden. Die Rückseiten der Schreibblätter müssen leer bleiben. Sie werden vielleicht nicht korrigiert!
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Kursunterlagen (Kurzfassung), Formelbücher, Taschenrechner, Schreibpapier und Schreibzeug.
- **Punkte:** Pro Aufgabe sind 12 Punkte möglich, wenn nicht anders vermerkt.
- Ziel: Wenn an einer vollen Prüfung mehr als 6 Aufgaben gegeben sind, können 6 Aufgaben ausgewählt werden, die dann gelöst werden sollten.

**Vordiplomprüfung 2 in Mathematik 2002****Klasse B2***Viel Glück !***Aufgabe 1****(15 Punkte)**

Zeige die Berechnungen der Lösungen von Hand. Erkläre die Schritte:

(a)  $f(x) = 4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 2x - 2$

i.  $f'(x) = ?$

ii.  $f'(x)|_{x=1} = ?$

iii.  $f''(x) = ?$

(b)  $\int_{-1}^1 4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 2x - 2 dx = ?$

(c)  $f(x) = \cos(\cos(x)) - \sin(\ln(x))$ ,  $f'(x) = ?$

(d)  $f(x) = \cos(x) \sin(x) - \tan(x) + \frac{\cos(x)}{(x+4)}$ ,  $f'(x) = ?$

(e)  $f(x) = \frac{e}{x^4} - \frac{\pi}{x^2} + r e^{-x}$

i.  $\int_{\pi}^{\infty} f(x) dx = ?$

ii.  $\int_{\pi}^{\infty} f(x) dx = \frac{e}{3\pi^3}$ ,  $r = ?$

**Aufgabe 2****(12 Punkte)**Durch die Punkte  $P_1(-20/1)$ ,  $P_2(0/4)$ ,  $P_3(20/1)$  soll eine Cosinus-Funktion

$$f(x) = a + 3 \cos(bx)$$

gelegt werden. Durch Rotation des Graphen um die  $x$ -Achse entsteht eine in der Mitte nach aussen gewölbte (konvexe) Säule zwischen  $x_1 = -20$  und  $x_2 = 20$ .(a) Berechne  $a$  und  $b$ .

(b) Berechne das Volumen der Säule.

**Aufgabe 3****(15 Punkte)**Eine Polynomfunktion vom Grad 3 geht durch die Punkte  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 4$ ,  $x_3 = 5$ ,  $y = 0$ . An der Stelle  $x = 2$  ist  $f(x) = 2$ .

*Hinweis:* Setze  $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$ .

Falls  $f(x)$  nicht berechnet werden kann, so wähle  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 20x$ .

- Berechne  $f(x)$  und skizziere den Graphen.
- Berechne die Tangentensteigungen an den Stellen  $x = 0$  und  $x = 4$ .
- Die Tangenten an den Stellen  $x = 0$  und  $x = 4$  bilden mit der  $x$ -Achse zusammen ein Dreieck. Berechne den Flächeninhalt.
- Berechne die  $x$ -Koordinate eines weiteren Punktes, in dem die Steigung gleich ist wie für  $x = 4$ .
- Untersuche rechnerisch, ob die Dreiecksfläche grösser oder kleiner ist als die Fläche unter der Kurve von  $f(x)$  zwischen  $x = 0$  et  $x = 4$ .

#### Aufgabe 4

(12 Punkte)

Sei  $f(x) = e^{\cos(x)}$

- Skizziere den Graphen der Funktion  $f(x)$  möglichst exakt.
- Berechne die Punkte mit horizontaler Tangente exakt.
- Berechne die beiden ersten Wendepunkte (wo die zweite Ableitung null ist) links und rechts von der  $y$ -Achse möglichst genau.

#### Aufgabe 5

(12 Punkte)

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 1$$

Von  $P_1(-1/f(-1))$  wird eine Sehne zu  $P_2(2/f(2))$  gezogen. Suche auf der Kurve zwischen  $P_1$  und  $P_2$  einen Punkt  $P_3$ , sodass der Flächeninhalt des Dreiecks  $P_1P_2P_3$  maximal wird. (Mache dazu eine Skizze.)

#### Aufgabe 6

(12 Punkte)

Seien  $d, h > 0$ . Durch  $P_1(0/0/0)$ ,  $P_2(1/0/0)$ ,  $P_3(\frac{1}{2}/d/0)$ ,  $P_4(x_1/y_1/h)$  ist ein reguläres Tetraeder gegeben.

- Berechne  $x_1$ ,  $y_1$ ,  $d$  und  $h$ .
- Zeige die Berechnung des Seiten- oder Flächenwinkels des Tetraeders.
- Zeige die Berechnung des Kantenwinkels des Tetraeders (Winkel zwischen einer Kante und der durchstossenen Seite resp. Fläche).
- Das Tetraeder wird um die  $x$ -Achse um  $+25^\circ$  gedreht. Berechne die neuen Koordinaten der Eckpunkte.

— ENDE —