

Probl. 1 Fixpunkt für Systeme • Point fixe pour des systèmes

$$\begin{aligned} x &= f(x, y) & (x, y) \in D, \\ y &= g(x, y) & |f'_x| < 1, |f'_y| < 1, |g'_x| < 1, \\ & & |g'_y| < 1 \text{ in } \bullet \text{ dans } D \end{aligned}$$

\rightsquigarrow **Bsp.:** • **Exemple:**

$$\begin{aligned} x &= \sin(x + y) \\ y &= \cos(x - y) \end{aligned}$$

$(x_1, y_1) = (0, 0) \Rightarrow \dots \Rightarrow (x_n, y_n) \simeq ?$, $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
(Exakte Stellen!) • (Places exactes!)

Probl. 2 Numerische Differentiation • Différentiation numérique

$$\begin{aligned} P_1 &= (0/0), P_2 = (1/1), P_3 = (2/2), P_4 = (3/3), P_5 = (4/-5), \\ P_6 &= (5/5), P_7 = (6/6) \end{aligned}$$

Programmieren Sie ein Verfahren für die numerische Differentiation. Legen Sie eine Polynomkurve durch die obigen Punkte und testen Sie das Verfahren aus.

• *Programmer une méthode pour la différentiation numérique. Trouver un polynôme dont la courbe passe par les points donnés. Appliquer la méthode programmée.*

Probl. 3 Horner • Horner

$$f(x) = \sum_{k=0}^{10000} \left(-x \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi}{8}\right)\right)^k$$

Programmieren Sie die Berechnung der Summe nach dem Horner-Schema. $f(0.999) = ?$

• *Programmer le calcul de cette somme d'après la méthode de Horner. $f(0.999) = ?$*

Probl. 4 Interpolationsmethoden: Theorie • Méthodes d'interpolation: Théorie

Studieren Sie und beschreiben Sie die Methoden von: Étudier et décrire les méthodes de:

- (a) Lagrange
- (b) Newton
- (c) Aitken–Neville

Skript. • *Script, ç.v.d. notes.*

Probl. 5 Interpolationsmethoden: Programmierung • Méthodes d'interpolation: Programmation

Programmiere die Interpolationskurven nach Lagrange und Newton. Studiere den Runge-Effekt.

• *Programmer les courbes d'interpolation d'après Lagrange et Newton. Etudier l'effet de Runge.*

(a) Programmiere das Lagrange-Polynom für die Punkte aus Problem 2.

• *Programmer le polynôme de Lagrange pour les points de problème 2.*

(b) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $x \in [-5, 5]$, $x_i = -5 + \frac{10}{n} \cdot i$, $0 \leq i \leq n$, $n \in \{2, 4, 8, 16\}$

(c) $f(x) = \frac{1}{1+x^3}$, $x \in [0, 5]$, $x_i = \frac{10}{n} \cdot i$, $0 \leq i \leq n$, $n \in \{2, 4, 8, 16\}$

(d) $f(x) = \frac{1}{1+x^4}$, $x \in [-5, 5]$, $x_i = -5 + \frac{10}{n} \cdot i$, $0 \leq i \leq n$, $n \in \{2, 4, 8, 16\}$

Probl. 6 Hermite-Polynome: Theorie • Polynômes de Hermite: Théorie

Studiere die Hermite-Polynome (Skript).

• *Etudier les polynômes de Hermite (script, ç.v.d. notes).*