

Probl. 1 Inhalte krummer Flächen oder Volumen, numerisch berechnet

- **Contenus de surfaces ou volumes courbes, calculés de façon numérique**

- (a) Erkläre die Begriffe „Obersumme“ und „Untersumme“. Berechne damit den Flächeninhalt zwischen der Sinuskurve und der x -Achse von 0 bis $\frac{\pi}{2}$ numerisch möglichst genau.
- *Expliquer les notions "somme supérieure" et "somme inférieure". Calculer numériquement à l'aide de ces notions le contenu de la surface entre la courbe du sinus et l'axe x de 0 jusqu'à $\frac{\pi}{2}$ aussi exacte que possible.*
- (b) Gleiche Aufgabe wie vorhin, jedoch mit Trapezen.
- *Même problème que en haut, mais en utilisant des trapèzes.*
- (c) Gleiche Aufgabe wie vorhin, jedoch mit Parabelkurven als Balkenbegrenzungen.
- *Même problème que en haut, mais en utilisant des courbes paraboliques comme arêtes des bâtons.*
- (d) Was ist der Grenzwert der Differenz zwischen Obersumme und Untersumme im Falle einer Parabel bei einer Balkenbreite, die gegen 0 strebt? ($D_f = \mathbb{R}_0^+$.)
- *Quelle est la valeur limite de la différence de la somme supérieure et la somme inférieure au cas d'une parabole, si la largeur des bâtons va vers zéro? ($D_f = \mathbb{R}_0^+$.)*

Probl. 2 Hauptsatz der Infinitesimalrechnung:

- **Théorème principal du calcul infinitésimal**

Erkläre folgende Begriffe und Zusammenhänge:

- *Expliquer les notions et relations suivantes:*

Begründung des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung:

- *Justification du théorème principal du calcul infinitésimal:*

- (a) Was ist eine Stammfunktion?
- *Qu'est-ce que c'est qu'une fonction primitive?*
- (b) Was ist die Ableitung einer Fläche als Funktion der oberen Grenze?
- *Qu'est-ce que c'est qu'une dérivée d'une surface comme fonction de la borne supérieure?*
- (c) Was ist ein bestimmtes Integral?
- *Qu'est-ce que c'est qu'un intégral définie?*
- (d) Begründe den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung!
- *Justifier le théorème principal du calcul infinitésimal!*
- (e) Was ist ein unbestimmtes Integral?
- *Qu'est-ce que c'est qu'un intégral indéfinie?*

Probl. 3 Einfache bestimmte Integrale: • Intégrales simples:

$f(x) = x^2$ etc... Bestimme: • *Trouver:*

$$(a) \int_{x=0}^{x=1} x^2 dx$$

$$(b) \int_{x=x_1}^{x=x_2} x^2 dx$$

$$(c) x_2 \cdot f(x_2) - \int_{x=0}^{x=x_2} f(x^2) dx$$

$$(d) \int_{x=-10}^{x=10} f(x^2) dx$$

Probl. 4 Stammfunktion: • Fonction primitive:

Bestimme die Stammfunktion: • *Calculer la fonction primitive:*

$$(a) f(x) = x^n$$

$$(b) f(x) = e^x$$

$$(c) f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 4x - 6$$

$$(d) f(x) = \sin(x)$$

$$(e) f(x) = x \sin(x^2)$$

Probl. 5 Flächenberechnungen: • Calculer des surfaces:

Bestimme den Flächeninhalt: • *Calculer le contenu de la surface:*

$$(a) f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2, f(x_1) = f(x_2) = 0, \int_{x=x_1}^{x=x_2} f(x^2) dx = ?$$

$$(b) \int_{x=0}^{x=\frac{\pi}{2}} \sin(x) dx = ?$$

$$(c) \int_{x=-\infty}^{x=0} e^x dx = ?$$

$$(d) \int_{x=1}^{x=e} \ln(x) dx = ?$$

$$(e) \int_{x=1}^{x=x_2} \frac{1}{x} dx = ?$$

$$(f) \int_{x=1}^{x=2} \frac{1}{x} dx = ?$$

$$(g) \int_{x=1}^{x=2} 4x^3 - 5x^2 + 4x - 6 dx = ?$$

$$(h) \int_{x=0}^{x=x_2} \sin(x) dx = \int_{x=0}^{x=x_2} \cos(x) dx \Rightarrow x_2 = ?$$

$$(i) \int_{x=0}^{x=\pi} \sin\left(\frac{x}{2}\right) dx + \int_{x=0}^{x=\pi} \sin(x) dx + \int_{x=0}^{x=\pi} \sin(2x) dx + \int_{x=0}^{x=\pi} \sin(3x) dx + \int_{x=0}^{x=\pi} \sin(4x) dx = ?$$

$$(j) \int_{x=0}^{x=2\pi} \sin(x) dx + \int_{x=0}^{x=2\pi} \cos(x) dx = ?$$