

# Übungen und Selbststudium in Mathematik

◇ A2 05 ◇

Stoffgruppe 4: Regeln für die Steigungen von Kurventangenten

Die Steigung einer Kurventangente in einem Kurvenpunkt  $P(x, y)$  bezeichnen wir mit  $f'$ .  $f'(x)$  ist eine Funktion von  $x$ . Für solche Funktionen gelten Regeln. Nachfolgend sind die wichtigsten davon aufgelistet:

**Probl. 1**  $f(x) = c = \text{const.} \Rightarrow f'(x) = 0$   
(Ableitung einer Konstanten)

**Probl. 2**  $f(x) = c^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$   
(Ableitung einer Potenz)

**Probl. 3**  $f(x) = a \cdot g(x) + b \cdot h(x) \Rightarrow f'(x) = a \cdot g'(x) + b \cdot h'(x)$   
(Linearität)

**Probl. 4**  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$   
 $\Rightarrow f'(x) = a_n n x^{n-1} + a_{n-1} (n-1) x^{n-2} + a_2 x + a_1$   
(Ableitung eines Polynoms)

**Probl. 5**  $f(x) = \sin(x) \Rightarrow f'(x) = \cos(x)$

**Probl. 6**  $f(x) = \cos(x) \Rightarrow f'(x) = -\sin(x)$

**Probl. 7**  $f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$

**Probl. 8**  $f(x) = \ln(x) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$

**Probl. 9**  $f(x) = g(x) \cdot h(x) \Rightarrow f'(x) = g'(x) \cdot h(x) + g(x) \cdot h'(x)$   
(Produktregel)

**Probl. 10**  $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{g'(x) \cdot h(x) - g(x) \cdot h'(x)}{(h(x))^2}$   
(Quotientenregel)

**Probl. 11**  $f(x) = g(h(x)) := g(z), z = h(x) \Rightarrow f'(x) = \frac{dg(z)}{dz} \cdot \frac{dh(x)}{dx} = \frac{dg(z)}{dz} \Big|_{z=h(x)} \cdot \frac{dh(x)}{dx}$   
(Kettenregel)

**Probl. 12**  $f(f^{-1}(x)) = f(y) \Rightarrow (f^{-1}(x))' = \left( \frac{1}{f'(y)} \right) \Big|_{y=f^{-1}(x)}$   
(Ableitung der Umkehrfunktion)

Einige Beispiele sind in der Lektion gemacht worden. Andere finden sich in grosser Zahl in der Literatur über Differentialrechnung.

**Möglichkeiten:**

~>

**Möglichkeiten für kostenlose Literatur:**

Beispiel 1: Differentialrechnung im Wikipedia

<http://de.wikipedia.org/wiki/Differentialrechnung>

Beispiel 2: Differentialrechnung in mathe-online

<http://www.mathe-online.at/mathint/anwdiff/i.html>

<http://www.mathe-online.at/mathint/diff1/i.html>