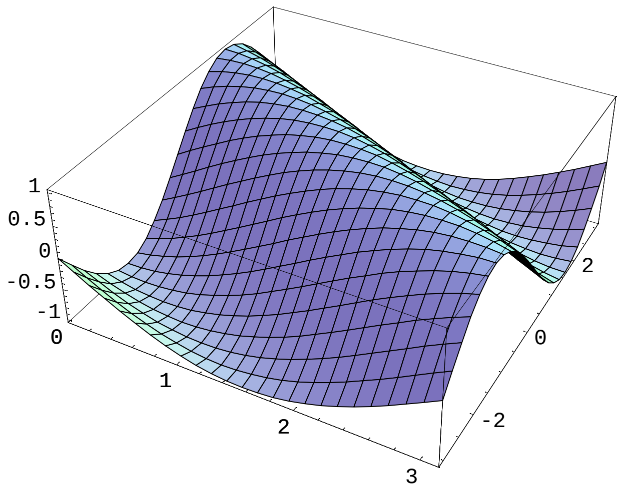
Lösungen

1

a

```
f[x_,y_]:=Sin[x+y];
Plot3D[f[x,y],{x,0,Pi},{y,-Pi,Pi}];
```




```
Integrate[Evaluate[Sqrt[D[f[x,y],x]^2+D[f[x,y],y]^2+1] ],{x,0,Pi},{y,-Pi,Pi}]
```

$4\sqrt{3}\,\pi\,\text{EllipticE}\left[\frac{2}{3}\right]$

```
NIntegrate[Evaluate[Sqrt[D[f[x,y],x]^2+D[f[x,y],y]^2+1] ],{x,0,Pi},{y,-Pi,Pi}]
```

27.4505

b

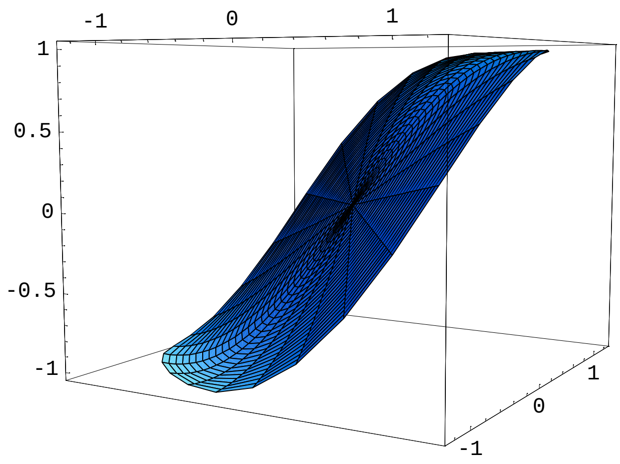
```
f[x_,y_]:=Sin[x+y];
Plot3D[f[x,y],{x,-Sqrt[Pi/2-y^2],Sqrt[Pi/2-y^2]},{y,-Sqrt[Pi/2],Sqrt[Pi]}];
```

Plot3D::plln :

Limiting value $-\sqrt{\frac{\pi}{2}-y^2}$ in $\{x, -\sqrt{\frac{\pi}{2}-y^2}, \sqrt{\frac{\pi}{2}-y^2}\}$ is not a machine-size real number. Mehr…

```
f1[φ_,r_]:={r Cos[φ],r Sin[φ],Sin[r Cos[φ]+r Sin[φ]]}
```

```
ParametricPlot3D[f1[φ,r],{r,0, Sqrt[Pi/2]}, {φ,0,2 Pi},ViewPoint->{1.495, -2.565,
0.329}];
```




```
Integrate[Evaluate[Sqrt[D[f[x,y],x]^2+D[f[x,y],y]^2+1] ],
{x,-Sqrt[Pi/2-y^2],Sqrt[Pi/2-y^2]},{y,-Sqrt[Pi/2],Sqrt[Pi]}]
```

$$\int_{-\sqrt{\frac{\pi}{2}-y^2}}^{\sqrt{\frac{\pi}{2}-y^2}} \sqrt{3}\left(\text{EllipticE}\left[\sqrt{\frac{\pi}{2}}-x, \frac{2}{3}\right]+\text{EllipticE}\left[\sqrt{\pi}+x, \frac{2}{3}\right]\right) dx$$

```
NIntegrate[Evaluate[Sqrt[D[f[x,y],x]^2+D[f[x,y],y]^2+1] ],
{x,-Sqrt[Pi/2-y^2],Sqrt[Pi/2-y^2]},{y,-Sqrt[Pi/2],Sqrt[Pi]}]
```

NIntegrate::nlim : $x = -1.\sqrt{1.5708-1.\,y^2}$ is not a valid limit of integration. Mehr...

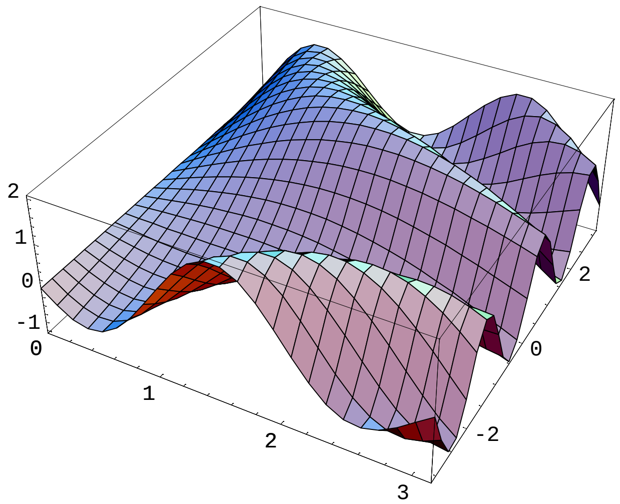
$$\text{NIntegrate}\left[\sqrt{1+2\,\text{Cos}[x+y]^2}, \left\{x, -\sqrt{\frac{\pi}{2}-y^2}, \sqrt{\frac{\pi}{2}-y^2}\right\}, \left\{y, -\sqrt{\frac{\pi}{2}}, \sqrt{\pi}\right\}\right]$$

```
NIntegrate[Evaluate[Norm[Cross[D[f1[φ,r],φ], D[f1[φ,r],r]]]],{φ,0,2 Pi},{r,0,
Sqrt[Pi/2]}]
```

6.98119

c

```
f[x_,y_]:=Sin[x y]+Sin[x];
Plot3D[f[x,y],{x,0,Pi},{y,-Pi,Pi}];
```



```
Integrate[Evaluate[Sqrt[D[f[x,y],x]^2+D[f[x,y],y]^2+1] ],{x,0,Pi},{y,-Pi,Pi}]
```

$$\int_0^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\sqrt{1+x^2\,\mathrm{Cos}[x\,y]^2+(\mathrm{Cos}[x]+y\,\mathrm{Cos}[x\,y])^2}\,dy\,dx$$

```
NIntegrate[Evaluate[Sqrt[D[f[x,y],x]^2+D[f[x,y],y]^2+1] ],{x,0,Pi},{y,-Pi,Pi}]
```

39.9932

2

```
Remove["Global`*"]

h[x_,y_]:=x+x y +y^2;
f[x_,y_]:=1-x^2-y^2;

Integrate[Evaluate[h[x,y]* Sqrt[D[f[x,y],x]^2+D[f[x,y],y]^2+1] ],{x,0,y},{y,0,1}]
```

$$\frac{1}{15360}\Bigg(64-3680\sqrt{5}-64\sqrt{1+4y^2}-512y^2\sqrt{1+4y^2}-1024y^4\sqrt{1+4y^2}+3680\sqrt{5+4y^2}+2460y\sqrt{5+4y^2}+5760y^2\sqrt{5+4y^2}+480y^3\sqrt{5+4y^2}+1024y^4\sqrt{5+4y^2}+68y\sqrt{1+4y^2}\sqrt{\frac{5+4y^2}{1+4y^2}}-96y^3\sqrt{1+4y^2}\sqrt{\frac{5+4y^2}{1+4y^2}}-240\,\mathrm{ArcSinh}[2]+4650\,\mathrm{ArcSinh}\Big[\frac{2y}{\sqrt{5}}\Big]-16y(15+40y^2+48y^4)\,\mathrm{ArcSinh}\Big[\frac{2}{\sqrt{1+4y^2}}\Big]+64\sqrt{\frac{1+4y^2}{5+4y^2}}\sqrt{\frac{5+4y^2}{1+4y^2}}\,\mathrm{ArcTan}\Big[\frac{4y}{\sqrt{5+4y^2}}\Big]+149\,\mathrm{Log}[5]-120\,\mathrm{Log}[1+4y^2]-960y^2\,\mathrm{Log}[1+4y^2]-1920y^4\,\mathrm{Log}[1+4y^2]+240\,\mathrm{Log}\Big[2+\sqrt{5+4y^2}\Big]+1920y^2\,\mathrm{Log}\Big[2+\sqrt{5+4y^2}\Big]+3840y^4\,\mathrm{Log}\Big[2+\sqrt{5+4y^2}\Big]-298\,\mathrm{Log}\Big[2y+\sqrt{1+4y^2}\sqrt{\frac{5+4y^2}{1+4y^2}}\Big]\Bigg)$$

```
NIntegrate[Evaluate[h[x,y]* Sqrt[D[f[x,y],x]^2+D[f[x,y],y]^2+1]], {x,0,y},{y,0,1}]
```

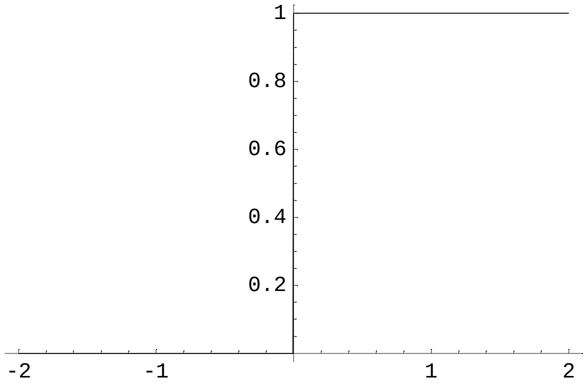
NIntegrate::nlim : x = y is not a valid limit of integration. Mehr…

$\mathrm{NIntegrate}\Big[(x+x\,y+y^2)\sqrt{1+4x^2+4y^2},\ \{x,0,y\},\ \{y,0,1\}\Big]$

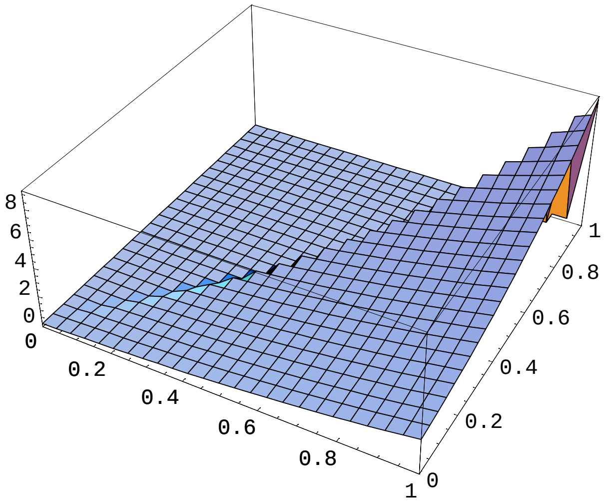
```
NIntegrate[Evaluate[h[x, y] * Sqrt[D[f[x, y], x] ^ 2 + D[f[x, y], y] ^ 2 + 1]],
  {x, 0, y}, {y, 0, 1}, Method → QuasiMonteCarlo, MaxPoints → 5000]
```

$\mathrm{NIntegrate}\Big[(x+x\,y+y^2)\sqrt{1+4x^2+4y^2},\ \{x,0,y\},\ \{y,0,1\},\ \mathrm{Method}\to\mathrm{QuasiMonteCarlo},\ \mathrm{MaxPoints}\to 5000\Big]$

```
Plot[UnitStep[x],{x,-2,2}];
```




```
v[x_,y_]:=Evaluate[(h[x,y]*Sqrt[D[f[x,y],x]^2+D[f[x,y],y]^2+1]) UnitStep[x-y]] ;
Plot3D[v[x,y],{x,0,1},{y,0,1}];
```




```
NIntegrate[v[x,y],{x,0,1},{y,0,1}]
```

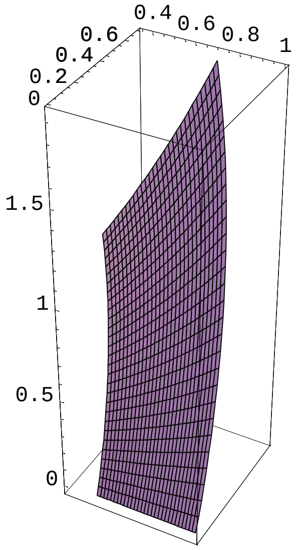
1.13379

3

```
Remove["Global`*"]
```

a

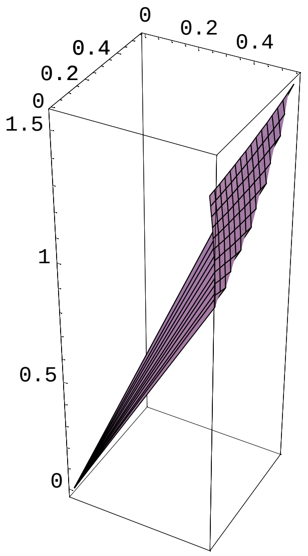
```
f[α_,r_]:= Sin[α] E^r;
v[α_,r_]:= {r Cos[α], r Sin[α], f[α,r]};
ParametricPlot3D[{r Cos[α], r Sin[α], f[α,r]},{α,0,Pi/4},{r,0.5,1}];
NIntegrate[Evaluate[Norm[Cross[D[v[α,r],α], D[v[α,r],r]]]],{α,0.5,2},{r,0.5, 1}]
```




```
1.44712
```

b

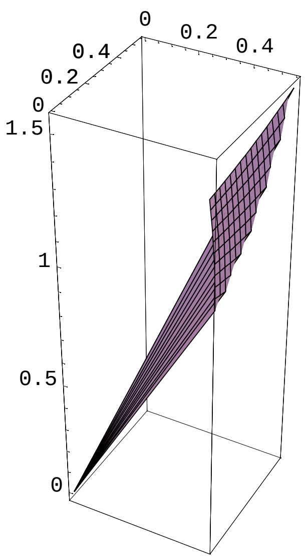
```
v[α_,r_]:= {r Cos[α], r Sin[α], f[α,r]} UnitStep[α-r] UnitStep[2r-α];
ParametricPlot3D[v[α,r],{α,0,Pi/4},{r,0.5,1}];
NIntegrate[Evaluate[Norm[Cross[D[v[α,r],α], D[v[α,r],r]]]],{α,0.5,2},{r,0.5, 1}]
```



0.768735

c

```
v[α_,r_]:= {r Cos[α], r Sin[α], f[α,r]} UnitStep[α-r] UnitStep[2r-α];
ParametricPlot3D[v[α,r],{α,0,Pi/4},{r,0.5,1}];
NIntegrate[Evaluate[Norm[Cross[D[v[α,r],α], D[v[α,r],r]]]],{r,0,2},{α,0,1}]
```



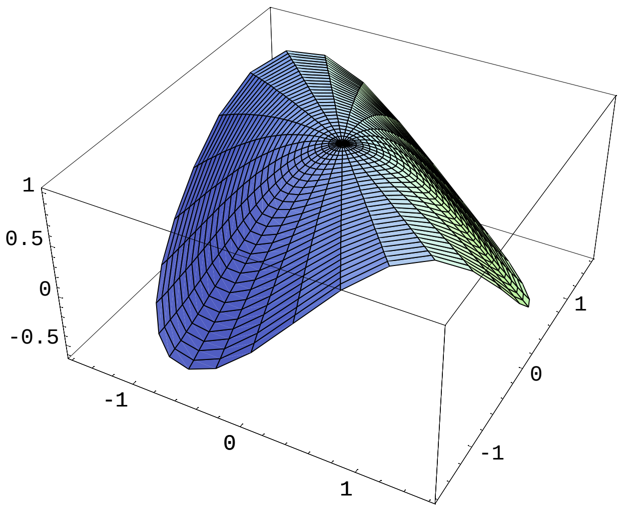
0.384327

4

```
Remove["Global`*"]
```

a

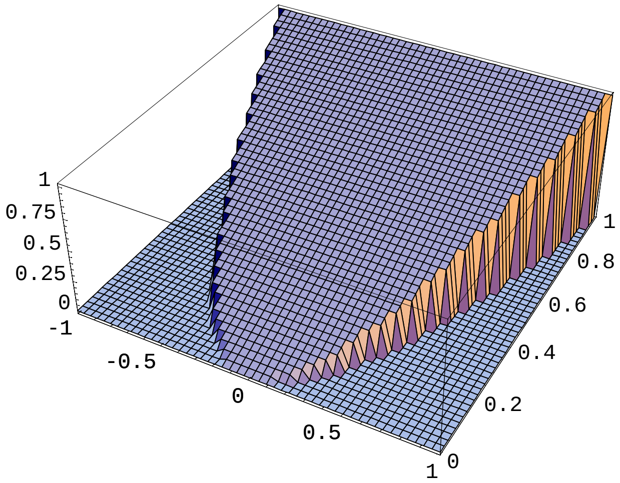
```
f[x_,y_]:= Cos[x+y] ;
v[α_,r_]:= {r Cos[α], r Sin[α], f[r Cos[α],r Sin[α]]};
ParametricPlot3D[{r Cos[α], r Sin[α], f[r Cos[α],r Sin[α]]},{α,0,2 Pi},{r,0,
Pi/2}];
NIntegrate[Evaluate[Norm[Cross[D[v[α,r],α], D[v[α,r],r]]]],{α,0,2 Pi},{r,0, Pi/2}]
```



11.0415

b

```
f[x_,y_]:= y UnitStep[y-x^2]  UnitStep[1-y];
Plot3D[f[x,y],{x,-1,1},{y,0,1},PlotPoints->50];
f[x_,y_]:= y;
Integrate[Evaluate[(Sqrt[D[f[x,y],x]^2+D[f[x,y],y]^2+1]) UnitStep[y-x^2]
UnitStep[1-y] ],{x,-1,1},{y,0,1}]
```



$$\frac{4\sqrt{2}}{3}$$

```
N[%]
```

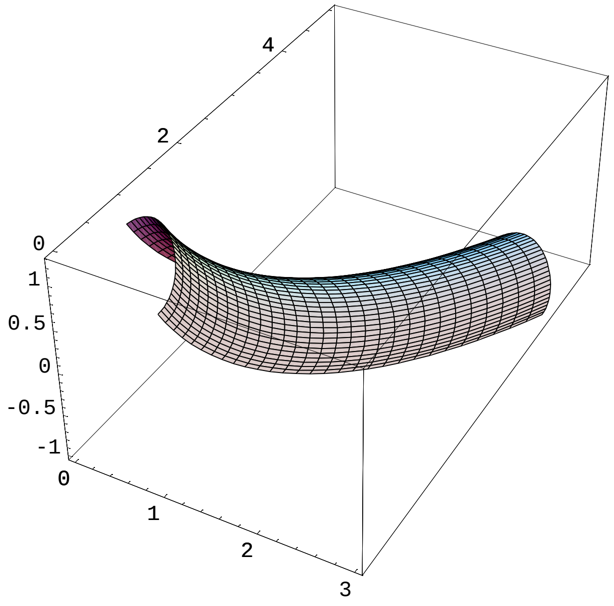
1.88562

5

```
Remove["Global`*"]
```

a

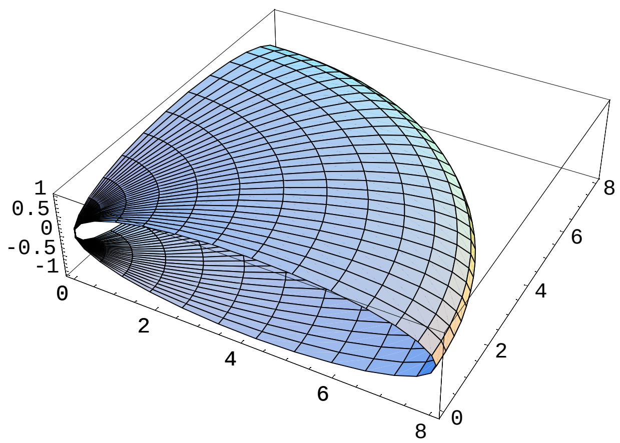
```
x[r_,α_]:= Cos[α]+r;
y[r_,α_]:= Sin[α]+r^2;
z[r_,α_]:= Cos[α]-r+Sin[α]^2;
v[r_,α_]:= {x[r,α],y[r,α],z[r,α]};
ParametricPlot3D[v[r,α],{α,0,Pi/2},{r,0,2}];
NIntegrate[Evaluate[Norm[Cross[D[v[r,α],α], D[v[r,α],r]]]],{α,0,Pi/2},{r,0, 2}]
```



7.78206

b

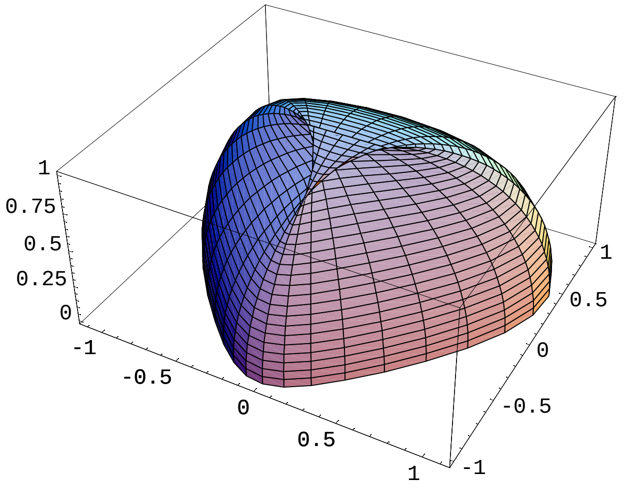
```
x[α_,β_]:= 4 Cos[α](1+Cos[β]);
y[α_,β_]:= 4 Sin[α](1+Cos[β]);
z[α_,β_]:= Sin[β];
v[α_,β_]:= {x[α,β],y[α,β],z[α,β]};
ParametricPlot3D[v[α,β],{α,0,Pi/2},{β,0,2 Pi}];
NIntegrate[Evaluate[Norm[Cross[D[v[r,α],α], D[v[r,α],r]]]],{α,0,Pi/2},{r,0, 2 Pi}]
```



164.76

c

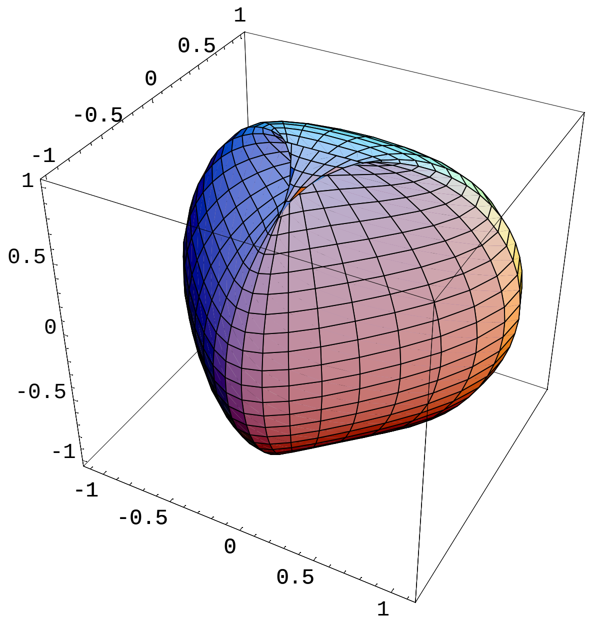
```
x[α_,β_]:= Sin[α] Cos[β] +Sin[2 β]/4 ;
y[α_,β_]:= Sin[α] Sin[β];
z[α_,β_]:= Cos[α];
v[α_,β_]:= {x[α,β],y[α,β],z[α,β]};
ParametricPlot3D[v[α,β],{α,0,Pi/2},{β,0,2 Pi}];
NIntegrate[Evaluate[Norm[Cross[D[v[r,α],α], D[v[r,α],r]]]],{α,0,Pi/2},{r,0, 2 Pi}]
```




```
NIntegrate::slwcon :
 Numerical integration converging too slowly; suspect one of the following: singularity, value of
   the integration being 0, oscillatory integrand, or insufficient WorkingPrecision. If your
   integrand is oscillatory try using the option Method->Oscillatory in NIntegrate. Mehr…
```

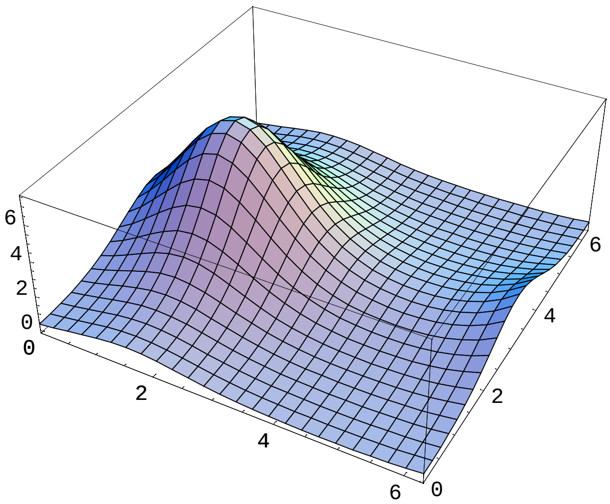
```
6.68168
```

```
x[r_,α_]:= Sin[α] Cos[β] +Sin[2 β]/4 ;
y[r_,α_]:= Sin[α] Sin[β];
z[r_,α_]:= Cos[α];
v[r_,α_]:= {x[r,α],y[r,α],z[r,α]};
ParametricPlot3D[v[r,α],{α,0,Pi},{β,0,2 Pi}];
```



6

```
Remove["Global`*"]

f[u_,v_]:= E^(Sin[u]-Cos[v]);
Plot3D[f[u,v],{u,0,2 Pi},{v,0,2 Pi}];
NIntegrate[Evaluate[Sqrt[D[f[u,v],u]^2+D[f[u,v],v]^2+1] ],{u,0,2 Pi},{v,0,2 Pi}]
```




```
74.5279
```

7

Krümmung und Anschmiegekreis

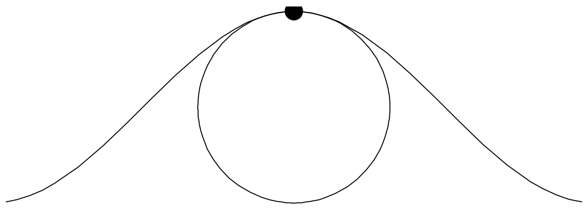
Krümmungskreis, 2-dimensional

1

```
Remove["Global`*"]

r[x0_]:=
(Abs[((D[f[x],x]^2+1)^(3/2))/D[f[x],{x,2}]]/.x->x0)

x0=0;
f[x_]:= Cos[x];
Evaluate[r[x0]]
```

```
1
```

```
p1=Plot[f[t],{t,-3,3},AspectRatio->Automatic,DisplayFunction->Identity];
p2=ParametricPlot[Evaluate[r[x0]]{Cos[t],Sin[t]},{t,0,2Pi},AspectRatio->Automatic,D
isplayFunction->Identity];
Show[Graphics[{PointSize[0.03],Point[{x0,f[x0]}]}],p1,p2,
DisplayFunction->$DisplayFunction,AspectRatio->Automatic];
```

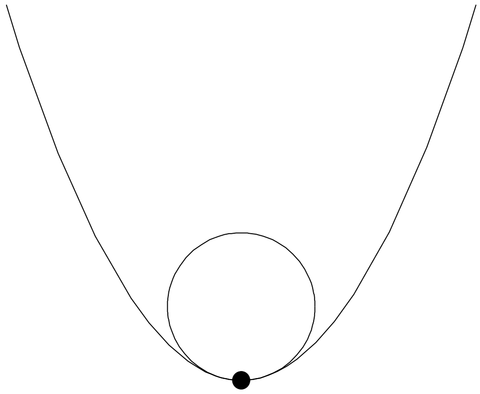


2

```
Remove["Global`*"]

r[x0_]:=
(Abs[((D[f[x],x]^2+1)^(3/2))/D[f[x],{x,2}]]/.x->x0)

x0=0;
f[x_]:= x^2;
Evaluate[r[x0]]
```

$\frac{1}{2}$

```
p1=Plot[f[t],{t,-3,3},AspectRatio->Automatic,DisplayFunction->Identity];
p2=ParametricPlot[Evaluate[r[x0]]{Cos[t],Sin[t]+1},{t,0,2Pi},AspectRatio->Automatic
,DisplayFunction->Identity];
Show[Graphics[{PointSize[0.03],Point[{x0,f[x0]}]}],p1,p2,Graphics[PointSize[0.03],P
oint[{x0,f[x0]}]],DisplayFunction->$DisplayFunction,AspectRatio->Automatic];
```



3

```
Remove["Global`*"]

r[x0_]:=
(Abs[((D[f[x],x]^2+1)^(3/2))/D[f[x],{x,2}]]/.x->x0)
```

```
x0=0;
f[x_]:= E^x;
Evaluate[r[x0]]
```

$2\sqrt{2}$

```
%//N
```

2.82843

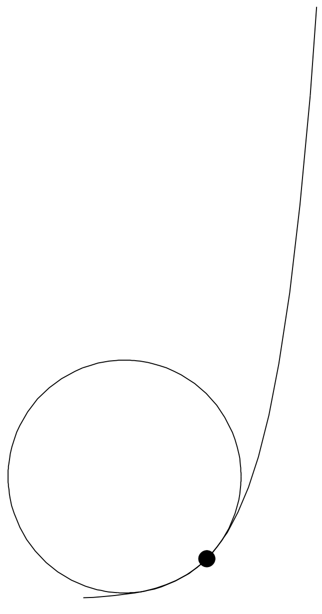
```
m[x0_]:=
Evaluate[{x0,f[x0]}-{1,(-1/D[f[x],x]/.x->x0)}/Abs[Sqrt[{1,(-1/D[f[x],x]/.x->x0)}.{1
,(-1/D[f[x],x]/.x->x0)}]] r[x0]];
m[u]
```

{-2, 3}

```
m[x0]
```

{-2, 3}

```
p1=Plot[f[t],{t,-3,3},AspectRatio->Automatic,DisplayFunction->Identity];
p2=ParametricPlot[Evaluate[r[x0]]{Cos[t],Sin[t]}+m[x0],{t,0,2Pi},AspectRatio->Autom
atic,DisplayFunction->Identity];
Show[Graphics[{PointSize[0.05],Point[{x0,f[x0]}]}],p1,p2,DisplayFunction->$DisplayF
unction,AspectRatio->Automatic];
```



4

```
Remove["Global`*"]

r[x0_]:=
(Abs[((D[f[x],x]^2+1)^(3/2))/D[f[x],{x,2}]]/.x->x0)
```

```
x0=1;
f[x_]:= E^x;
Evaluate[r[1]]
```

$$\frac{(1+e^2)^{3/2}}{e}$$

$$\frac{(1+e^2)^{3/2}}{e}$$

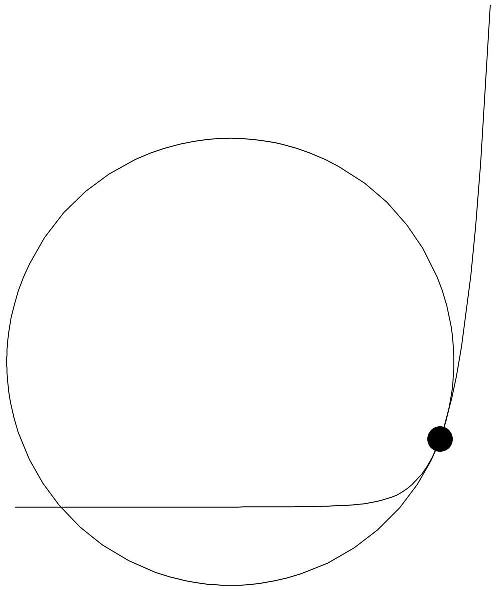
```
%//N
```

8.93872

```
m[x0_]:=
Evaluate[{x0,f[x0]}-{1,(-1/D[f[x],x]/.x->x0)}/Abs[Sqrt[{1,(-1/D[f[x],x]/.x->x0)}.{1
,(-1/D[f[x],x]/.x->x0)}]] r[x0]];
m[u]
```

$$\left\{1-\frac{(1+e^2)^{3/2}}{\sqrt{1+\frac{1}{e^2}}\ e},\ e+\frac{(1+e^2)^{3/2}}{\sqrt{1+\frac{1}{e^2}}\ e^2}\right\}$$

```
p1=Plot[f[t],{t,-16,3},AspectRatio->Automatic,DisplayFunction->Identity];
p2=ParametricPlot[Evaluate[r[x0]]{Cos[t],Sin[t]}+m[x0],{t,0,2Pi},AspectRatio->Autom
atic,DisplayFunction->Identity];
Show[Graphics[{PointSize[0.05],Point[{x0,f[x0]}]}],p1,p2,DisplayFunction->$DisplayF
unction,AspectRatio->Automatic];
```



Berechnung von Krümmung und Anschmiegekreis bei Raumkurven

Definition der Raumkurve

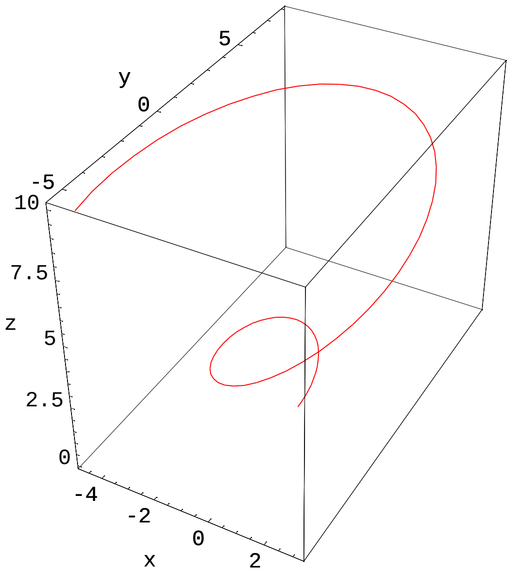
```
Remove["Global`*"]

x[t_] := 0.5 t Cos[t];  y[t_] := t Sin[t];  z[t_] := t;  v[t_] := {x[t], y[t], z[t]};
```

Definition des Bereiches der Variablen

```
tmin = 0.1;  tmax = 10;
```

Plot Ausgangsfunktion

```
origPlot = ParametricPlot3D[Evaluate[Join[v[t], {RGBColor[1, 0, 0]}]],
   {t, tmin, tmax}, PlotRange → All, AxesLabel → {x, y, z}, AspectRatio → Automatic];
```



Begleitendes Dreibein

```
vLen[v_] := Sqrt[v.v];
normVec[v_] := v / vLen[v];
tg[t_] = normVec[v'[t]];
n[t_] = normVec[Cross[Cross[v'[t], v''[t]], v'[t]]];
b[t_] := Cross[tg[t], n [t]];
```

```
{tg[t], n[t], b[t]}
```

$$\{\{(0.5\,\mathrm{Cos}[t]-0.5\,t\,\mathrm{Sin}[t])\Big/\left(\sqrt{(1+(t\,\mathrm{Cos}[t]+\mathrm{Sin}[t])^2+(0.5\,\mathrm{Cos}[t]-0.5\,t\,\mathrm{Sin}[t])^2)}\right),$$
$$(t\,\mathrm{Cos}[t]+\mathrm{Sin}[t])\Big/\left(\sqrt{(1+(t\,\mathrm{Cos}[t]+\mathrm{Sin}[t])^2+(0.5\,\mathrm{Cos}[t]-0.5\,t\,\mathrm{Sin}[t])^2)}\right),$$
$$1\Big/\left(\sqrt{(1+(t\,\mathrm{Cos}[t]+\mathrm{Sin}[t])^2+(0.5\,\mathrm{Cos}[t]-0.5\,t\,\mathrm{Sin}[t])^2)}\right)\},$$
$$\{(-0.5\,t\,\mathrm{Cos}[t]-1.\,t\,\mathrm{Cos}[t]^3-0.5\,t^3\,\mathrm{Cos}[t]^3-1.\,\mathrm{Sin}[t]-$$
$$1.\,\mathrm{Cos}[t]^2\,\mathrm{Sin}[t]-0.5\,t^2\,\mathrm{Cos}[t]^2\,\mathrm{Sin}[t]-1.\,t\,\mathrm{Cos}[t]\,\mathrm{Sin}[t]^2-$$
$$0.5\,t^3\,\mathrm{Cos}[t]\,\mathrm{Sin}[t]^2-1.\,\mathrm{Sin}[t]^3-0.5\,t^2\,\mathrm{Sin}[t]^3)\Big/$$
$$\left(\sqrt{\left((-1.75\,t\,\mathrm{Cos}[t]^2-1.5\,\mathrm{Cos}[t]\,\mathrm{Sin}[t]+0.75\,t^2\,\mathrm{Cos}[t]\,\mathrm{Sin}[t]+0.5\,t\,\mathrm{Sin}[t]^2)^2+\right.}\right.$$
$$(-0.5\,t\,\mathrm{Cos}[t]-1.\,t\,\mathrm{Cos}[t]^3-0.5\,t^3\,\mathrm{Cos}[t]^3-1.\,\mathrm{Sin}[t]-1.\,\mathrm{Cos}[t]^2\,\mathrm{Sin}[t]-$$
$$0.5\,t^2\,\mathrm{Cos}[t]^2\,\mathrm{Sin}[t]-1.\,t\,\mathrm{Cos}[t]\,\mathrm{Sin}[t]^2-0.5\,t^3\,\mathrm{Cos}[t]\,\mathrm{Sin}[t]^2-$$
$$1.\,\mathrm{Sin}[t]^3-0.5\,t^2\,\mathrm{Sin}[t]^3)^2+(2\,\mathrm{Cos}[t]+0.5\,\mathrm{Cos}[t]^3+0.25\,t^2\,\mathrm{Cos}[t]^3-$$
$$t\,\mathrm{Sin}[t]-0.5\,t\,\mathrm{Cos}[t]^2\,\mathrm{Sin}[t]-0.25\,t^3\,\mathrm{Cos}[t]^2\,\mathrm{Sin}[t]+0.5\,\mathrm{Cos}[t]\,\mathrm{Sin}[t]^2+$$
$$\left.\left.0.25\,t^2\,\mathrm{Cos}[t]\,\mathrm{Sin}[t]^2-0.5\,t\,\mathrm{Sin}[t]^3-0.25\,t^3\,\mathrm{Sin}[t]^3)^2\right)\right),$$

```
(2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 - t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] -
   0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
   0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3) /
  (√ ((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
      (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
         0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
         1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
         t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
         0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)),
 (-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2) /
  (√ ((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
      (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
         0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
         1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
         t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
         0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2))},
{- (2 Cos[t]) / (√ (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
      √ ((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
         (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
            0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
            1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
            t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
            0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) -
   (0.5 Cos[t]^3) / (√ (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
      √ ((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
         (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
            0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
            1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
            t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
            0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) -
   (2. t^2 Cos[t]^3) / (√ (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
      √ ((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
         (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
            0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
            1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
            t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
            0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
   (t Sin[t]) / (√ (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
      √ ((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
         (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
            0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
            1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
            t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
            0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) -
   (2.75 t Cos[t]^2 Sin[t]) / (√ (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
      √ ((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
         (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
            0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
```

```
          1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
          t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
          0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
  (1. t^3 Cos[t]^2 Sin[t]) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
    √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
       (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
          0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
          1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
          t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
          0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) -
  (2. Cos[t] Sin[t]^2) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
    √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
       (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
          0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
          1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
          t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
          0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
  (1. t^2 Cos[t] Sin[t]^2) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
    √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
       (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
          0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
          1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
          t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
          0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
  (1. t Sin[t]^3) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
    √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
       (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
          0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
          1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
          t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
          0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
  (0.25 t^3 Sin[t]^3) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
    √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
       (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
          0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
          1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
          t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
          0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)),
 -(0.5 t Cos[t]) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
     √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
        (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
           0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
           1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
           t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
           0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) -
  (0.125 t Cos[t]^3) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
    √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
```

```
    (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
      0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
      1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
      t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
      0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) -
(0.5 t^3 Cos[t]^3) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
  √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
    (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
      0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
      1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
      t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
      0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) -
(1. Sin[t]) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
  √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
    (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
      0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
      1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
      t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
      0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) -
(0.25 Cos[t]^2 Sin[t]) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
  √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
    (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
      0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
      1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
      t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
      0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) -
(1.75 t^2 Cos[t]^2 Sin[t]) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
  √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
    (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
      0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
      1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
      t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
      0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) -
(2. t Cos[t] Sin[t]^2) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
  √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
    (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
      0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
      1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
      t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
      0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) -
(0.125 t^3 Cos[t] Sin[t]^2) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
  √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
    (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
      0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
      1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
      t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
      0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) -
(1. Sin[t]^3) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
```

```
      √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
         (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
           0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
           1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
           t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
           0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) -
  (0.25 t^2 Sin[t]^3) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
      √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
         (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
           0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
           1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
           t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
           0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)),
 (1. Cos[t]^2) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
      √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
         (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
           0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
           1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
           t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
           0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
  (0.5 t^2 Cos[t]^2) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
      √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
         (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
           0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
           1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
           t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
           0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
  (0.25 Cos[t]^4) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
      √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
         (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
           0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
           1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
           t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
           0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
  (1.125 t^2 Cos[t]^4) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
      √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
         (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
           0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
           1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
           t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
           0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
  (0.5 t^4 Cos[t]^4) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
      √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
         (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
           0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
           1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
           t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
```

```
        0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
(0. t Cos[t] Sin[t]) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
  √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
     (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
        0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
        1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
        t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
        0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
(1.5 t Cos[t]^3 Sin[t]) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
  √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
     (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
        0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
        1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
        t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
        0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
(0.75 t^3 Cos[t]^3 Sin[t]) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
  √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
     (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
        0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
        1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
        t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
        0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
(1. Sin[t]^2) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
  √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
     (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
        0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
        1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
        t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
        0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
(0.5 t^2 Sin[t]^2) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
  √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
     (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
        0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
        1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
        t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
        0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
(1.25 Cos[t]^2 Sin[t]^2) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
  √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
     (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
        0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
        1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
        t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
        0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
(1.875 t^2 Cos[t]^2 Sin[t]^2) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
  √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
     (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
        0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
```

```
        1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
        t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
        0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
(0.625 t^4 Cos[t]^2 Sin[t]^2) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
  √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
     (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
        0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
        1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
        t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
        0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
(1.5 t Cos[t] Sin[t]^3) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
  √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
     (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
        0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
        1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
        t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
        0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
(0.75 t^3 Cos[t] Sin[t]^3) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
  √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
     (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
        0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
        1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
        t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
        0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
(1. Sin[t]^4) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
  √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
     (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
        0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
        1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
        t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
        0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
(0.75 t^2 Sin[t]^4) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
  √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
     (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
        0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
        1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
        t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
        0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
(0.125 t^4 Sin[t]^4) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)
  √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
     (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
        0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
        1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
        t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
        0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2))}}
```

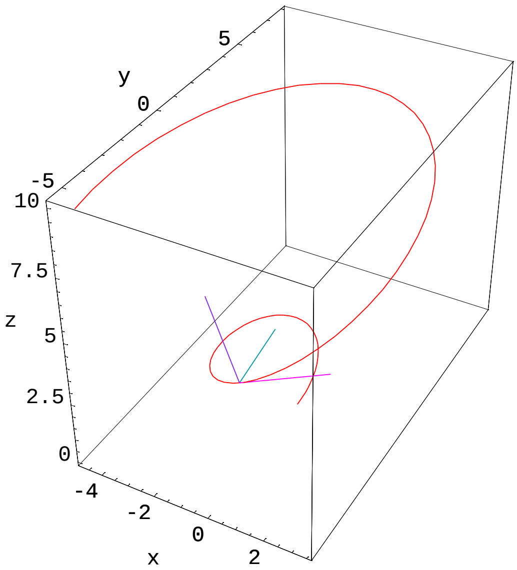
```
tVec[t_] := Line[{v[t], v[t] + 3 tg[t]}];
nVec[t_] := Line[{v[t], v[t] + 3 n[t]}];
bVec[t_] := Line[{v[t], v[t] + 3 b[t]}];
```

```
General::spell1 :
 Possible spelling error: new symbol name "nVec" is similar to existing symbol "tVec". Mehr…
```

```
General::spell :
 Possible spelling error: new symbol name "bVec" is similar to existing symbols {nVec, tVec}. Mehr…
```

```
dreibein[t_] := Graphics3D[{RGBColor[1, 0, 1], tVec[t],
   RGBColor[0.01, 0.6, 0.62], nVec[t], RGBColor[0.54, 0.17, 0.89], bVec[t]}]
```

```
Show[origPlot, dreibein[5]];
```

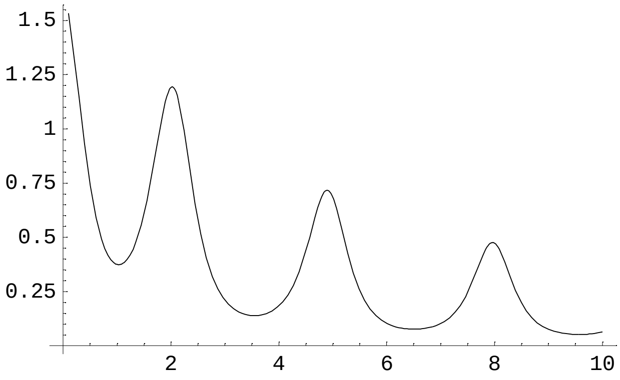


Krümmung

```
κ[t_] = Sqrt[(((v''[t].v''[t]) * (v'[t].v'[t]) - (v''[t].v'[t])^2) / vLen[v'[t]]^6)];
κ[t]
```

$$\sqrt{\left((-((t\,\mathrm{Cos}[t]+\mathrm{Sin}[t])\,(2\,\mathrm{Cos}[t]-t\,\mathrm{Sin}[t])+(-0.5\,t\,\mathrm{Cos}[t]-1.\,\mathrm{Sin}[t])\,(0.5\,\mathrm{Cos}[t]-0.5\,t\,\mathrm{Sin}[t]))^2+((-0.5\,t\,\mathrm{Cos}[t]-1.\,\mathrm{Sin}[t])^2+(2\,\mathrm{Cos}[t]-t\,\mathrm{Sin}[t])^2)\,(1+(t\,\mathrm{Cos}[t]+\mathrm{Sin}[t])^2+(0.5\,\mathrm{Cos}[t]-0.5\,t\,\mathrm{Sin}[t])^2))\Big/(1+(t\,\mathrm{Cos}[t]+\mathrm{Sin}[t])^2+(0.5\,\mathrm{Cos}[t]-0.5\,t\,\mathrm{Sin}[t])^2)^3\right)}$$

```
Plot[Evaluate[x[t]], {t, tmin, tmax}];
```

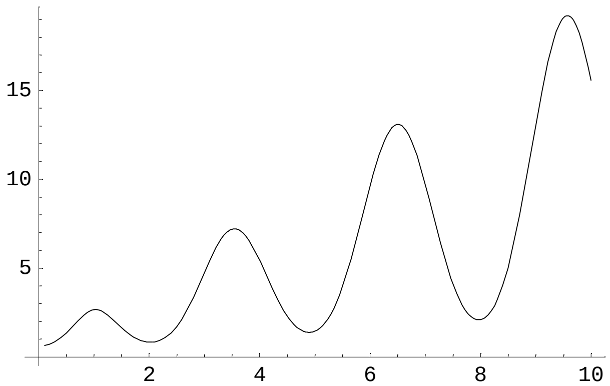


Krümmungsradius

```
ρ[t_] := Abs[1 / x[t]]; ρ[t]
```

```
1 / (√Abs[
   (-((t Cos[t] + Sin[t]) (2 Cos[t] - t Sin[t]) + (-0.5 t Cos[t] - 1. Sin[t]) (0.5 Cos[t] -
          0.5 t Sin[t]))^2 + ((-0.5 t Cos[t] - 1. Sin[t])^2 + (2 Cos[t] - t Sin[t])^2)
      (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)) /
    (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)^3])
```

```
Plot[Evaluate[ρ[t]], {t, tmin, tmax}];
```

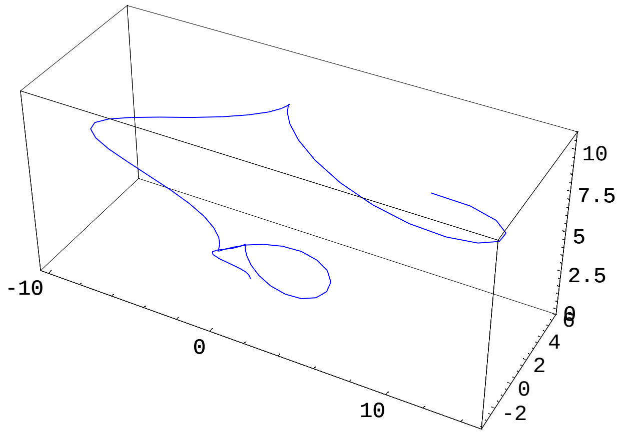


Krümmungskreismittelpunkt (Evolute)

```
m[t_] := v[t] + ρ[t] * n[t]; m[t]
```

```
{0.5 t Cos[t] + (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 -
    0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] - 0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] -
    1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 - 1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3) /
  (√Abs[(-((t Cos[t] + Sin[t]) (2 Cos[t] - t Sin[t]) + (-0.5 t Cos[t] - 1. Sin[t])
          (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t]))^2 + ((-0.5 t Cos[t] - 1. Sin[t])^2 + (2 Cos[t] -
          t Sin[t])^2) (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)) /
     (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)^3]
    √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
      (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
        0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
        1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
        t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
        0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)),
 t Sin[t] + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 - t Sin[t] -
    0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] -
    0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] +
    0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
    0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 -
    0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3) /
  (√Abs[(-((t Cos[t] + Sin[t]) (2 Cos[t] - t Sin[t]) + (-0.5 t Cos[t] - 1. Sin[t])
          (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t]))^2 + ((-0.5 t Cos[t] - 1. Sin[t])^2 + (2 Cos[t] -
          t Sin[t])^2) (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)) /
     (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)^3]
    √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
      (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
        0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
        1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
        t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
        0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)),
 t + (-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] +
    0.5 t Sin[t]^2) /
  (√Abs[(-((t Cos[t] + Sin[t]) (2 Cos[t] - t Sin[t]) +
          (-0.5 t Cos[t] - 1. Sin[t]) (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t]))^2 +
        ((-0.5 t Cos[t] - 1. Sin[t])^2 + (2 Cos[t] - t Sin[t])^2)
         (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)) /
     (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)^3]
    √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
      (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
        0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
        1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
        t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
        0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2))}
```

```
evolute = ParametricPlot3D[Evaluate[Join[m[t], {RGBColor[0, 0, 1]}]],
   {t, tmin, tmax}, PlotRange → All, AspectRatio -> Automatic];
```



Schmiegekreis

```
myCirc3d[t_, k_] := m[t] + ρ[t] (n[t] Cos[k] + tg[t] Sin[k]); myCirc3d[t, k]
```

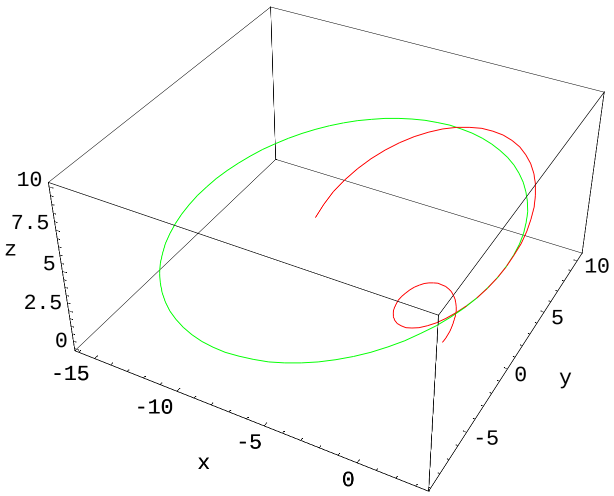
```
{0.5 t Cos[t] + (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 -
      0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] - 0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] -
      1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 - 1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3) /
   (√Abs[(-((t Cos[t] + Sin[t]) (2 Cos[t] - t Sin[t]) + (-0.5 t Cos[t] - 1. Sin[t])
                  (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t]))^2 + ((-0.5 t Cos[t] - 1. Sin[t])^2 + (2 Cos[t] -
                  t Sin[t])^2) (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)) /
         (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)^3]
      √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
          (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
             0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
             1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
             t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
             0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
  ((Sin[k] (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 +
            (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)) +
      (Cos[k] (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] -
            1. Cos[t]^2 Sin[t] - 0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 -
            0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 - 1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)) /
       (√((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
            (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
               0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
               1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
               t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
               0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2))) /
   (√Abs[(-((t Cos[t] + Sin[t]) (2 Cos[t] - t Sin[t]) + (-0.5 t Cos[t] -
                  1. Sin[t]) (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t]))^2 +
            ((-0.5 t Cos[t] - 1. Sin[t])^2 + (2 Cos[t] - t Sin[t])^2)
             (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)) /
         (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)^3]),
```

```
t Sin[t] + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
    t Sin[t] -
    0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] -
    0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] +
    0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
    0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 -
    0.5 t Sin[t]^3 -
    0.25 t^3 Sin[t]^3) /
  (√Abs[(-((t Cos[t] + Sin[t]) (2 Cos[t] - t Sin[t]) +
            (-0.5 t Cos[t] - 1. Sin[t]) (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t]))^2 +
        ((-0.5 t Cos[t] - 1. Sin[t])^2 + (2 Cos[t] - t Sin[t])^2)
         (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)) /
      (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)^3]
    √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
      (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
         0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
         1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
         t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
         0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
 ((Sin[k] (t Cos[t] + Sin[t])) / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 +
        (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)) +
    (Cos[k] (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 - t Sin[t] -
        0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
        0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)) /
     (√((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
        (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
           0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
           1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
           t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
           0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2))) /
  (√Abs[(-((t Cos[t] + Sin[t]) (2 Cos[t] - t Sin[t]) + (-0.5 t Cos[t] -
              1. Sin[t]) (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t]))^2 +
        ((-0.5 t Cos[t] - 1. Sin[t])^2 + (2 Cos[t] - t Sin[t])^2)
         (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)) /
      (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)^3]),
t + (-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] +
    0.5 t Sin[t]^2) /
  (√Abs[(-((t Cos[t] + Sin[t]) (2 Cos[t] - t Sin[t]) +
            (-0.5 t Cos[t] - 1. Sin[t]) (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t]))^2 +
        ((-0.5 t Cos[t] - 1. Sin[t])^2 + (2 Cos[t] - t Sin[t])^2)
         (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)) /
      (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)^3]
    √((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
      (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
         0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
         1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
         t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
         0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) +
 (Sin[k] / (√(1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)) +
```

```
(Cos[k] (-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)) /
 (√((-1.75 t Cos[t]^2 - 1.5 Cos[t] Sin[t] + 0.75 t^2 Cos[t] Sin[t] + 0.5 t Sin[t]^2)^2 +
     (-0.5 t Cos[t] - 1. t Cos[t]^3 - 0.5 t^3 Cos[t]^3 - 1. Sin[t] - 1. Cos[t]^2 Sin[t] -
        0.5 t^2 Cos[t]^2 Sin[t] - 1. t Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t^3 Cos[t] Sin[t]^2 -
        1. Sin[t]^3 - 0.5 t^2 Sin[t]^3)^2 + (2 Cos[t] + 0.5 Cos[t]^3 + 0.25 t^2 Cos[t]^3 -
        t Sin[t] - 0.5 t Cos[t]^2 Sin[t] - 0.25 t^3 Cos[t]^2 Sin[t] + 0.5 Cos[t] Sin[t]^2 +
        0.25 t^2 Cos[t] Sin[t]^2 - 0.5 t Sin[t]^3 - 0.25 t^3 Sin[t]^3)^2)) /
(√Abs[(-((t Cos[t] + Sin[t]) (2 Cos[t] - t Sin[t]) + (-0.5 t Cos[t] -
            1. Sin[t]) (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t]))^2 +
      ((-0.5 t Cos[t] - 1. Sin[t])^2 + (2 Cos[t] - t Sin[t])^2)
       (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)) /
     (1 + (t Cos[t] + Sin[t])^2 + (0.5 Cos[t] - 0.5 t Sin[t])^2)^3])}
```

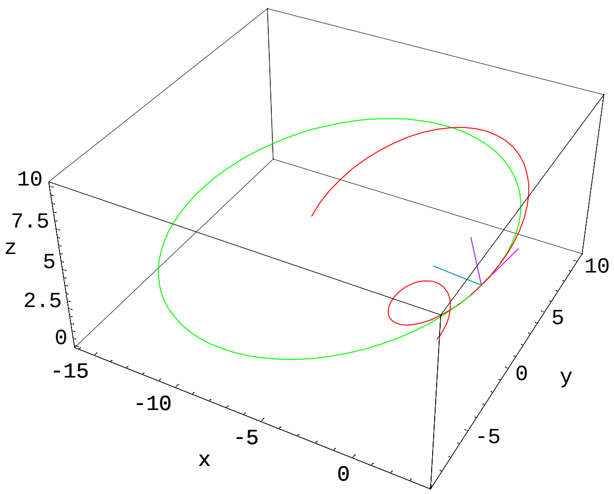
Plot

```
circPlot[t_] := ParametricPlot3D[Evaluate[Join[myCirc3d[t, k], {RGBColor[0, 1, 0]}]],
   {k, 0, 2 Pi}, DisplayFunction → Identity];

Show[origPlot, circPlot[6]];
```



Alles zusammen

```
Show[origPlot, circPlot[6], dreibein[6]];
```

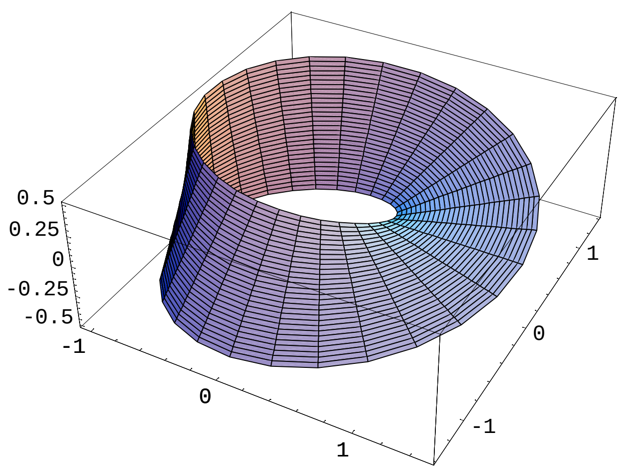


Möbiusband

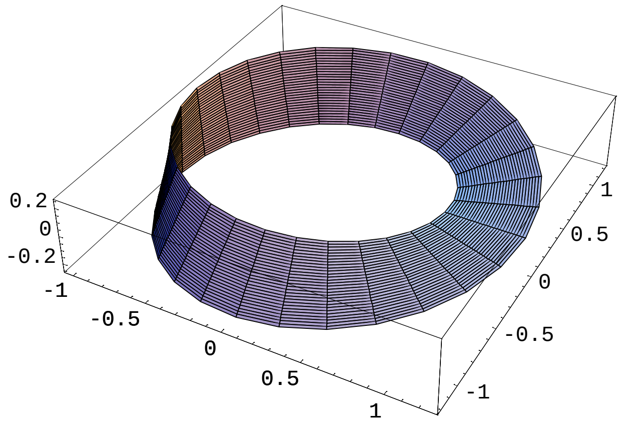
Anwendung bei Riementrieben

```
Remove["Global`*"]
```

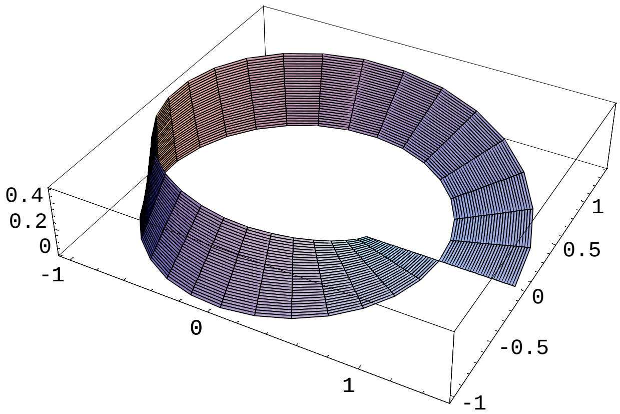
```
x[r_, α_] := Cos[α] (1 + r / 2 Cos[α / 2]);
y[r_, α_] := Sin[α] (1 + r / 2 Cos[α / 2]);
z[r_, α_] := r / 2 Sin[α / 2];
ParametricPlot3D[{x[r, α], y[r, α], z[r, α]}, {α, 0, 2 Pi}, {r, -1, 1}];
```



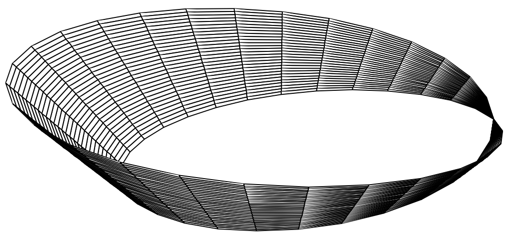
```
ParametricPlot3D[{x[r, α], y[r, α], z[r, α]}, {α, 0, 2 Pi}, {r, -0.5, 0.5}];
```



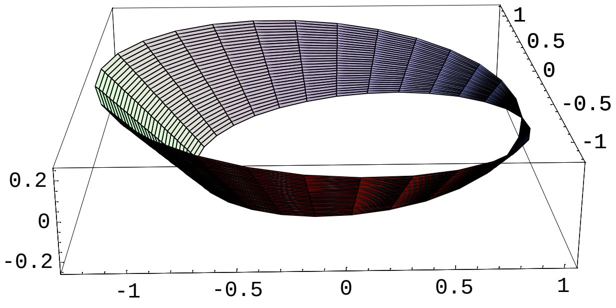

```
ParametricPlot3D[{x[r, α], y[r, α], z[r, α]}, {α, 0, 2 Pi}, {r, 0, 1}];
```




```
x[r_,α_]:= Cos[α] (1+r/2 Sin[α/2]);
y[r_,α_]:= Sin[α] (1+r/2 Sin[α/2]);
z[r_,α_]:= r/2 Sin[α/2];
v[r_,α_]:= {x[r,α],y[r,α],z[r,α]};
ParametricPlot3D[v[r,α],{α,0,2 Pi},{r,-1/2,1/2},
ViewPoint->{-0.078, -2.799, 1.082},Boxed->False, Axes->None,Shading→False];
```



```
ParametricPlot3D[v[r,α],{α,0,2 Pi},{r,-1/2,1/2},
ViewPoint->{-0.078, -2.799, 1.082}];
```




```
Evaluate[Norm[Cross[D[v[r,α],α], D[v[r,α],r]]]]
```

$$\sqrt{\left(\mathrm{Abs}\left[\frac{1}{2}\mathrm{Cos}[\alpha]\,\mathrm{Sin}\left[\frac{\alpha}{2}\right]+\frac{1}{4}\,r\,\mathrm{Cos}[\alpha]\,\mathrm{Sin}\left[\frac{\alpha}{2}\right]^2\right]^2+\mathrm{Abs}\left[\frac{1}{2}\mathrm{Sin}\left[\frac{\alpha}{2}\right]\mathrm{Sin}[\alpha]+\frac{1}{4}\,r\,\mathrm{Sin}\left[\frac{\alpha}{2}\right]^2\mathrm{Sin}[\alpha]\right]^2+\mathrm{Abs}\left[-\frac{1}{2}\mathrm{Cos}[\alpha]^2\,\mathrm{Sin}\left[\frac{\alpha}{2}\right]-\frac{1}{4}\,r\,\mathrm{Cos}[\alpha]^2\,\mathrm{Sin}\left[\frac{\alpha}{2}\right]^2-\frac{1}{2}\mathrm{Sin}\left[\frac{\alpha}{2}\right]\mathrm{Sin}[\alpha]^2-\frac{1}{4}\,r\,\mathrm{Sin}\left[\frac{\alpha}{2}\right]^2\mathrm{Sin}[\alpha]^2\right]^2\right)}$$

```
2 NIntegrate[Evaluate[Norm[Cross[D[v[r,α],α], D[v[r,α],r]]]],{α,0,2
Pi},{r,-1/2,1/2}]
```

5.65685

```
Remove["Global`*"]
```

```
Mobius[s_, R_: 4, t_] := {(R + s Cos[t / 2]) Cos[t], (R + s Cos[t / 2]) Sin[t], s Sin[t / 2]};
MobiusStrip[n_: 2, R_: 4, w : _1, opts___] :=
 ParametricPlot3D[Evaluate[Mobius[s, R, t]], {s, -w, w}, {t, 0, 2 Pi},
 PlotPoints -> {5, 30}, opts];
Show[{Graphics3D[{Thickness[.02], RGBColor[1, 0, 0], ParametricPlot3D[
        Evaluate[Mobius[1, 4, t]], {t, 0, 2 Pi}, DisplayFunction → Identity][[1]]}],
   MobiusStrip[2, 4, 1, DisplayFunction → Identity]}];
```