

Lösungen

1.

Literaturstudium

Handout

2. Biegelinie eines einseitig horizontal eingespannten Trägers mit vertikaler Punktlast

a Definitionen, Vorbereitungen:

Balken- oder Trägerlänge $x_L = 5$ m;
 Balken, Rechtecksquerschnitt: Breite $b = 5/100$ m; Höhe $h = 1/10$ m;
 Axiales Flächenträgheitsmoment $I_y = b h^3/12$ (Masse übernommen);
 Elastizitätsmodul $eE = 210000 * 1/(1/1000^2)$ N/m²;
 Kraft $F = 10^3$ N;

```
In[1]:= Remove["Global`*"]
```

a. Approximierte die Differentialgleichung, exakte Lösung der Approximation der Differentialgleichung

```
In[2]:= xL=5; b=5/100; h=1/10; Iy=b h^3/12; eE=210000 *1/(1/1000^2); F=10^3; eE
```

```
Out[2]= 210000000000
```

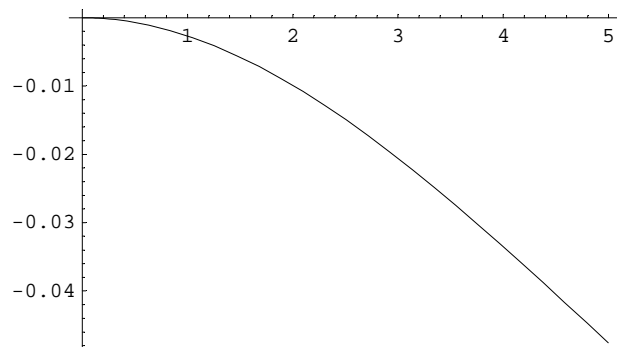
```
In[3]:= M[x_]:= F (xL-x);
        y''[x] == -M[x]/(eE Iy)
```

```
Out[4]= Y''[x] ==  $\frac{1}{875} (-5 + x)$ 
```

```
In[5]:= solv = DSolve[{y''[x] == -M[x]/(eE Iy), y[0]==0, y'[0]==0}, y, x]
```

```
Out[5]= {{Y -> Function[{x},  $\frac{-15 x^2 + x^3}{5250}$ ]}}
```

```
In[6]:= k1=Plot[y[x]/.solv,{x,0,5}];
```



Endwert in Metern:

```
In[7]:= Endwert1 = (y[x]/.solv)/.x->5.
```

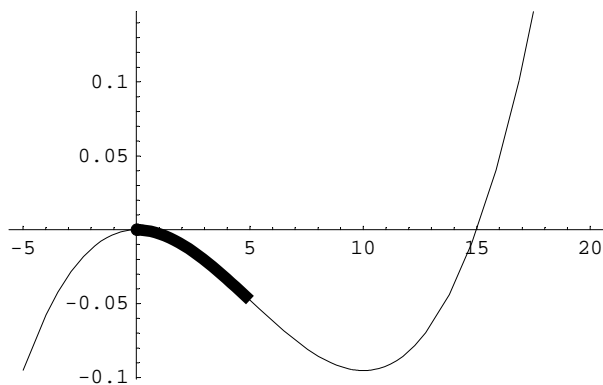
```
Out[7]= {-0.047619}
```

Globaler Funktionsverlauf

```
In[8]:= p1=Plot[y[x]/.solv,{x,-0,5},PlotStyle->{Thickness[.02]},DisplayFunction->Identity];
```

```
In[9]:= p2=Plot[y[x]/.solv,{x,-5,20},DisplayFunction->Identity];
```

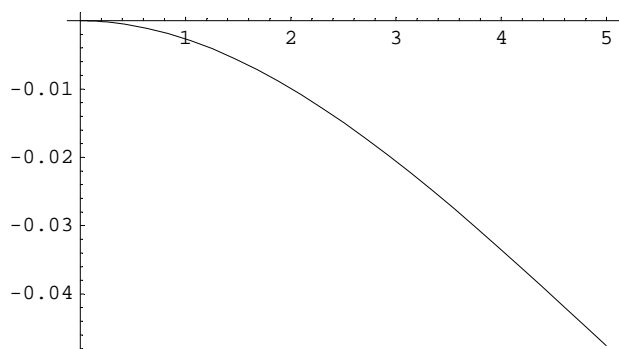
```
In[10]:= Show[p1,p2,DisplayFunction->$DisplayFunction];
```



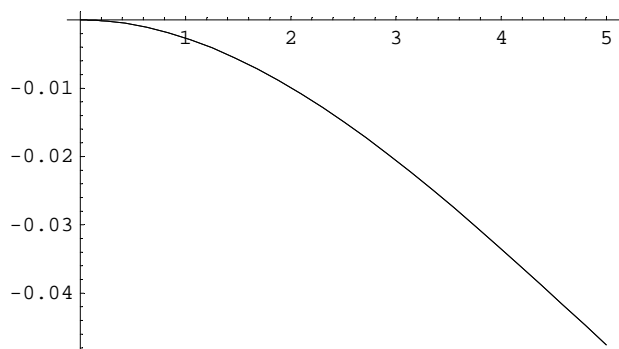
b. Exakte Differentialgleichung, numerische Lösung. (Exakt zu schwierig zu lösen)

```
In[11]:= (* Remove["Global`*"] *)
          Remove[x,y]
```

```
In[13]:= solution = NDSolve[{y''[x] + M[x] / (eE Iy) (1 + (y'[x])^2)^(3/2) == 0,
  y[0] == 0, y'[0] == 0}, y, {x, 0, 5}];
k2 = Plot[y[x] /. solution, {x, 0, 5}];
```



```
In[15]:= Show[k1,k2];
```



```
In[16]:= Endwert2 = (y[x] /. solution) /. x -> 5.
```

```
Out[16]= {-0.0476224}
```

```
In[17]:= Abweichung1 = Endwert1 - Endwert2
```

```
Out[17]= {3.30876 × 10-6}
```

```
In[18]:= Abweichung1InProzentVonEndwert1 = Abs[Abweichung1 / Endwert2 100]
```

```
Out[18]= {0.00694791}
```

c. Vergleich der Graphen bei $x_L = 34$

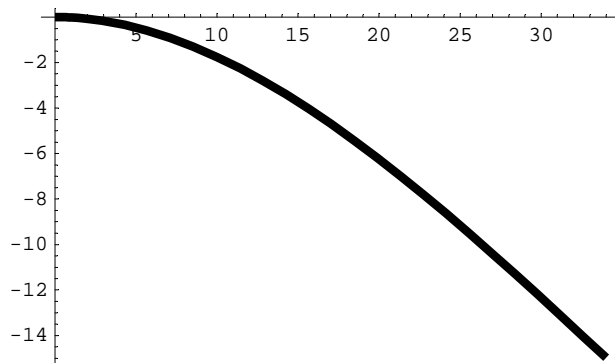
```
In[19]:= Remove[x,y]
```

```
In[20]:= xL = 34;
```

```
solv = DSolve[{y''[x] == -M[x]/(eE Iy), y[0]==0, y'[0]==0}, y, x]
```

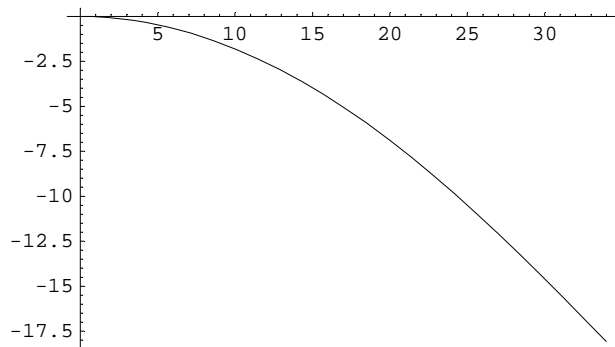
```
Out[21]= {{y -> Function[{x},  $\frac{-102 x^2 + x^3}{5250}$ ]}}
```

```
In[22]:= k1=Plot[y[x]/.solv,{x,0,34},PlotStyle->{Thickness[.015]}];
```

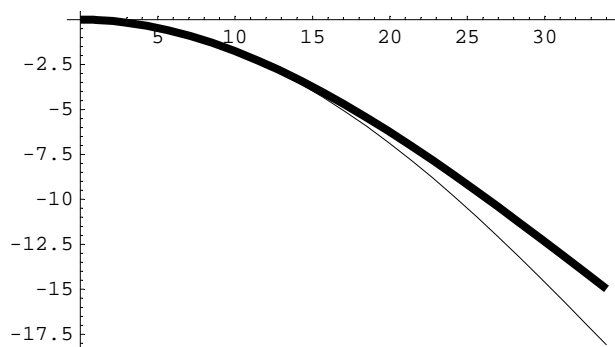


```
In[23]:= Remove[x,y]
```

```
In[24]:= solution = NDSolve[{y''[x] + M[x] / (eEI y) (1 + (y'[x])^2)^(3/2) == 0,
  y[0] == 0, y'[0] == 0}, y, {x, 0, 34}];
k2 = Plot[y[x] /. solution, {x, 0, 34}];
```



```
In[26]:= Show[k1,k2];
```



FAZIT: Interessant ist die Grösse der ungünstigen Abweichung zwischen der exakten Lösung im Näherungsmodell und der numerischen Lösung im exakten Modell! Wer hätte das gedacht, da ja in der Praxis meist mit dem Näherungsmodell gearbeitet wird!

3. Biegelinie eines einseitig horizontal eingespannten Trägers mit vertikaler konstanter Streckenlast

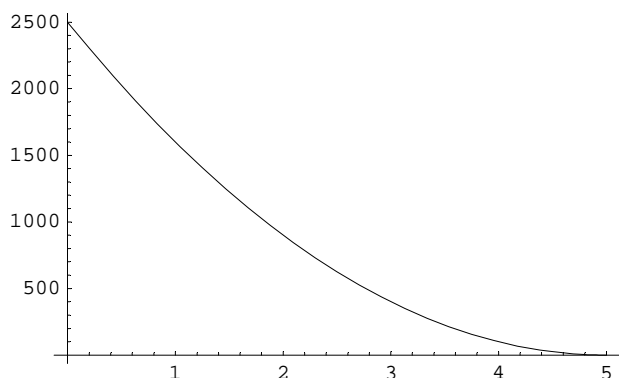
```
In[27]:= (* Remove["Global`*"] *)
Remove[x,y]
```

a. Approximierte Differentialgleichung, exakte Lösung

```
In[29]:= xL = 5;
M[x_]:= Evaluate[Integrate[F (xL-s)/xL,{s,u,xL] /. u->x];
M[x]
```

```
Out[31]= 2500 - 1000 x + 100 x2
```

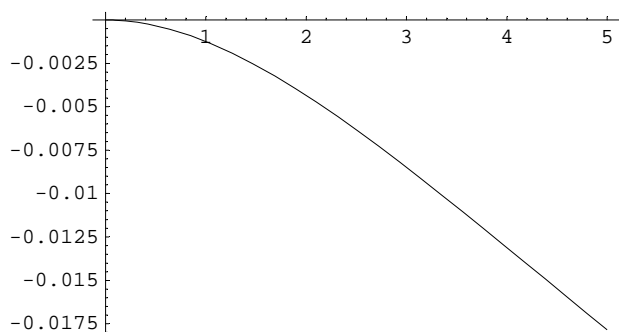
```
In[32]:= Plot[M[x],{x,0,5}];
```



```
In[33]:= solv = DSolve[{y''[x] == -M[x]/(eE Iy), y[0]==0, y'[0]==0}, y, x]
```

```
Out[33]= {{y -> Function[{x},  $\frac{-150 x^2 + 20 x^3 - x^4}{105000}$ ]}}
```

```
In[34]:= k3=Plot[y[x]/.solv,{x,0,5}];
```



Endwert in Metern:

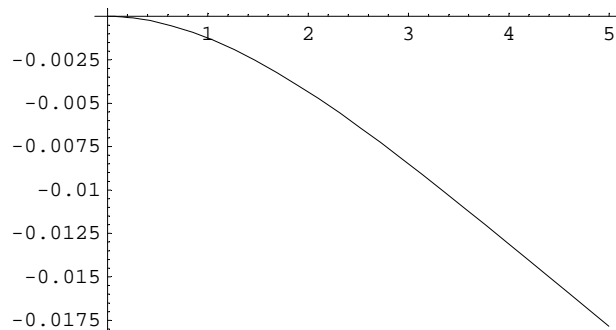
```
In[35]:= Endwert3 = (y[x]/.solv)/.x->5.
```

```
Out[35]= {-0.0178571}
```

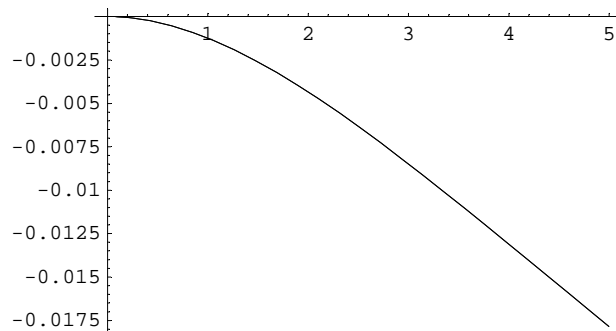
b. Exakte Differentialgleichung, numerische Lösung. (Exakt zu schwierig zu lösen)

```
In[36]:= (* Remove["Global`*"] *)
Remove[x,y]
```

```
In[38]:= solution = NDSolve[{y(2)[x] + M[x] / (eEIy) (1 + (y'[x])2)3/2 == 0,
  y[0] == 0, y'[0] == 0}, y, {x, 0, 5}];
k4 = Plot[y[x] /. solution, {x, 0, 5}];
```



```
In[40]:= Show[k3,k4];
```



```
In[41]:= Endwert4 = (y[x]/.solution)/.x->5.
```

```
Out[41]= {-0.0178573}
```

```
In[42]:= Abweichung2 = Endwert3 - Endwert4
```

```
Out[42]= {1.57223 × 10-7}
```

```
In[43]:= Abweichung2InProzentVonEndwert3 = Abs[Abweichung2/ Endwert4 100]
```

```
Out[43]= {0.000880443}
```

c. Vergleich

```
In[44]:= Abweichung2-Abweichung1
```

```
Out[44]= {-3.15153×10-6}
```

```
In[45]:= Abweichung1InProzentVonEndwert1-Abweichung2InProzentVonEndwert3
```

```
Out[45]= {0.00606746}
```

c. Vergleich der Graphen

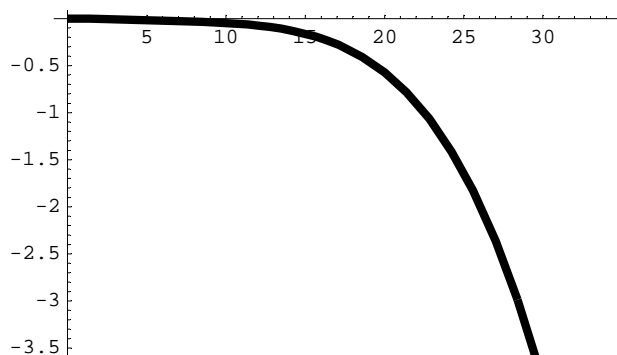
```
In[46]:= Remove[x,y,solv]
```

```
In[47]:= xL = 34;
```

```
solv = DSolve[{y'[x] == -M[x]/(eE Iy),y[0]==0,y'[0]==0},y,x]
```

```
Out[48]= {{y → Function[{x},  $\frac{-150 x^2 + 20 x^3 - x^4}{105000}$ ]}}
```

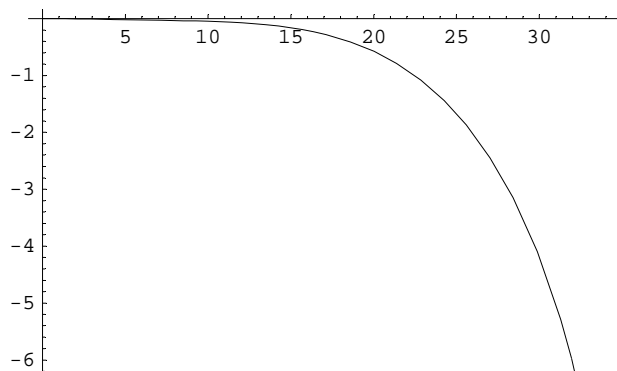
```
In[49]:= k3=Plot[y[x]/.solv,{x,0,34},PlotStyle→{Thickness[.015]}];
```



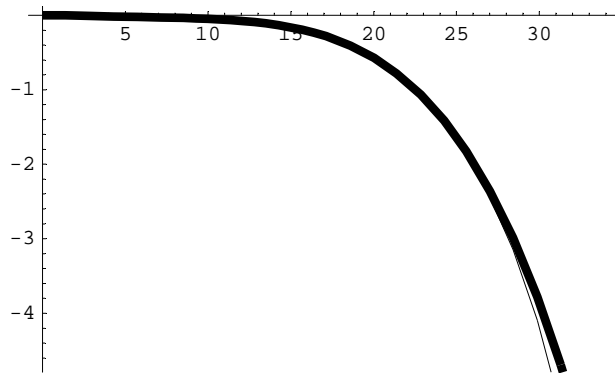
```
In[50]:= Remove[x,y,solution]
```

```
In[51]:= solution = NDSolve[{y(2)[x] + M[x] / (eE Iy) (1 + (y'[x]) ^ 2) ^ (3 / 2) == 0,  
y[0] == 0, y'[0] == 0}, y, {x, 0, 34}];
```

```
k4 = Plot[y[x] /. solution, {x, 0, 34}];
```



```
In[53]:= Show[k3,k4];
```



FAZIT: Interessant ist wieder die Grösse der ungünstigen Abweichung zwischen der exakten Lösung im Näherungsmodell und der numerischen Lösung im exakten Modell! Wer hätte das gedacht, da ja in der Praxis meist mit dem Näherungsmodell gearbeitet wird!

4 Lastkombinationen nach eigenen Modellen

Keine Vorlage möglich - Besprechung notwendig