

◇ **Schlusstest** ◇ **Math.** ◇ **Arch.** ◇ ◇

Name: _____, _____ Datum: _____

◇ **Beispiele zu Beantwortung der Testfragen** ◇

- Hier einige Beispiele:**
1. $3 + 4 = 7$ (Aussage **richtig**, Antwort: **Kreuz** im Kreislein!)
 2. $3 + 4 = 2$ (Aussage **falsch**, **kein Kreuz** anbringen!)
 3. $3^2 + 4^2 = 5^2$ (Aussage richtig, Kreuz!)
 4. $3^2 + 4^2 \neq 5^2$ (Aussage falsch, kein Kreuz!)
-

◇ **Testfragen Schlusstest Architektur** ◇

Kreuze die richtigen Aussagen so wie in den obigen Beispielen im jeweiligen Kringel resp. Kreislein an! **Achtung: Falsche Kreuze werden negativ bewertet!**
(Korrektur mit Schablone \rightsquigarrow Kreuz in den Kreis setzen!!!)

1. Ein geometrischer Vektor ist exakt definiert als:
 - (a) Ein Pfeil, den man addieren kann.
 - (b) Eine physikalische Grösse mit einer Richtung.
 - (c) Ein Pfeil und sonst nichts.
 - (d) Eine Pfeilkategorie mit gleich langen, irgendwie gerichteten Pfeilen.
 - (e) Eine richtige Beschreibung ist hier nicht vorhanden.

2. Folgende Aussagen über Vektoren sind allgemein richtig:

- (a) $\circ 3 \left(\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix} + \vec{x} = 2 \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \end{pmatrix} .$
- (b) $\circ 3 \left(\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix} + \vec{x} = 2 \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \end{pmatrix} .$
- (c) $\circ 3 \left(\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix} + \vec{x} = 2 \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} .$
- (d) \circ Die Vektoren $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 17 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix}$ sind linear abhängig.
- (e) \circ Die Vektoren $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 17 \\ 17 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -6 \end{pmatrix}$ sind linear unabhängig.
- (f) $\circ \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -17 \\ -5 \\ 38 \end{pmatrix} .$
- (g) $\circ \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -38 \end{pmatrix} .$
- (h) $\circ \vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a} .$
- (i) $\circ \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a} .$
- (j) $\circ (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{b} = \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{b}) .$
- (k) \circ Die Gerade $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}$ geht durch den Punkt $P(7/-1/-1)$.
- (l) \circ Die Gerade $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ geht durch den Punkt $P(5/7/2)$.
- (m) $\circ \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\varphi)$, $\varphi =$ Zwischenwinkel.
- (n) $\circ |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\varphi)$, $\varphi =$ Zwischenwinkel.
- (o) $\circ |\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| .$
- (p) $\circ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\perp =$ senkrecht.
- (q) $\circ \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ steht senkrecht auf der Geraden $6x + 10y = 2$.
- (r) $\circ |\vec{v}|^2 = \sqrt{\vec{v} \cdot \vec{v}} .$
- (s) \circ In der Statik sind Kräfte an Wirkungslinien gebundene Vektoren.
- (t) $\circ \vec{x} = \vec{x}_0 + \lambda \vec{a} + \mu \vec{b} + \lambda \vec{b}$ ist eine Ebenengleichung.

3. Folgende Aussagen über Mengen, Zahlen Terme und Gleichungen sind allgemein richtig:

- (a) $|c + 4| + |c - 4| = 2|c|$.
- (b) $|A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2| = |A_1 \cup A_2|$.
- (c) $3 + a \cdot \sqrt[3]{\sqrt[7]{a^{-6}}} = a^{\frac{5}{7}} + 3$.
- (d) $\frac{ba^5 - ba^4 + b^3a^2 + b^4a}{a(a-b)b^2} - \frac{ab}{a-b} = \frac{a^4 - a^3 + b^3}{(a-b)b}$.
- (e) $(x^{100} + x^{99} + \dots + x^2 + x + 1)(x - 1) = x^{101} - 1$.
- (f) $2 \sin^2(x) - \cos^2(x) \leq 2.5$.
- (g) $a^8 - a^3 = a^5$ oder $(x^8)^4 = x^{12}$.
- (h) $\frac{4}{x^3} = 3x^{-4}$.
- (i) $\sin(5x) + \cos(5x) = 1$.
- (j) Aus $(3 = 7)$ folgt $(7 = 3)$.
- (k) Aus $(3 = 7$ oder $5 = 5)$ folgt $(a = b)$.
- (l) Aus $(3 = 7$ und $5 = 5)$ folgt $(2a = a + a)$.
- (m) $\left(3\sqrt{3}a + \frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2 = 27a^2 + 24a + \frac{16}{3}$.
- (n) $\left(3\sqrt{3} + \frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{100}{3} + 23$.
- (o) $\log_2(3) + \log_2(4) = \log_2(7)$.
- (p) $\log_2(3) + \log_2(4) = \log_2(12)$.
- (q) $\log_2(8) - \log_2(4) = 3^0$.
- (r) $e^{(\ln(9)+2x)} = (3e^x)^2$.
- (s) $\left\{ \begin{array}{l} ax + 3y = 7 \\ -2x + 2y = 4a \end{array} \right\}$ hat keine Lösung für $x = -3$.
- (t) $x^2 + 4bx + 2 = -2x + 6$ ist nur lösbar für $b \geq 0$.
- (u) $x^2 + 4bx + 2 = -2x + 6$ ist lösbar für $b = 2a^3$, $a \in \mathbb{R}$.
- (v) $\left\{ \begin{array}{l} x + 3y = 28 \\ -2x + 2y = 16 \end{array} \right\}$ hat die Bedeutung von 2 Geraden durch $P(1/9)$.
- (w) $(x^5 - x^3 + 4x^2 - 8)^5 \cdot (2x^5 - 4x^2 + 7)$ ist ein Polynom vom Grad 30 mit $a_{30} = 2$.

4. (a) $\frac{\cos(x)}{\sqrt{2}} + \frac{\sin(x)}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{2} \cos(x) + \sqrt{2} \sin(x) \right)$.
- (b) $\cos^2\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \sin^2(2x) = 2x + 1$.
- (c) $\frac{\cos(x)}{2} + \frac{\sin(y)}{2} = \frac{1}{4}$.
- (d) $\frac{\cos(-3x)}{2} + \frac{\sin(3x)}{2} = \frac{1}{4}$.
- (e) $\sin(2x) \tan(x) = \frac{\cos(x) - \cos(3x)}{2 \cos(x)}$.
- (f) $\frac{\cos(x) - \cos(3x)}{2 \cos(x)} = \frac{1}{2} + \frac{\cos(2x)}{2}$.
- (g) Die Funktion $g(x) = x$ ist bei $x = 0$ eine Tangente an die Kurven von $f(x) = \tan(x)$ und $f^{-1}(x) = \arctan(x)$.
(Hinweis: Die Lösung kann man aus einer genauen Skizze ablesen.)
- (h) $\underbrace{1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots + 1 - 1 + 1 - 1 + 1}_{1000 \text{ mal die Zeichen „-“ und „+“}} = \pi^{1-1}$.
- (i) $f(x) = (x-1)^5 \cdot (x-2)^4 \cdot (x-3)^3 \cdot (x-4)^2 \cdot (x-5)^1 \cdot (x-6)^0$ hat exakt 5 Nullstellen.
- (j) $f(x) = x \cdot (x-1) \cdot (x+1) \cdot (x-2) \cdot (x-2)^2 \cdot (x-5)$ hat exakt 5 Nullstellen.
- (k) $f(x) = x^7 + x^5 + x^3 + x$ ist eine gerade Funktion.
- (l) $f(x) = x^8 + x^6 + x^4 + x^2 - 11$ ist eine gerade Funktion.
- (m) $f(x)$ hat die Nullstellen 1 und 3 und geht durch den Punkt $P(2/-1)$.
Dann ist das konstante Glied $c = 3$ (Vieta).
- (n) $f(x)$ hat die Nullstellen 1 und 3 und geht durch den Punkt $P(2/-1)$.
Dann ist das konstante Glied $c = -2$ (Vieta).
- (o) Die Punkte $P_1(e/1), P_2(1/e), P_3(0,0)$ bilden ein \triangle mit den Flächeninhalt e^2 .
- (p) Die Punkte $P_1(e/1), P_2(1/e), P_3(0,0)$ bilden ein \triangle mit den Flächeninhalt $\frac{e^2}{2}$.
- (q) Die Punkte $P_1(e/1), P_2(1/e), P_3(0,0)$ bilden ein \triangle mit den Flächeninhalt $\frac{e^2}{3}$.
- (r) $f(x) = e^x \Rightarrow f(0) + f(1) + \dots + f(100) = \frac{1 - e^{101}}{1 - e} \approx 4.252538703689276 \cdot 10^{43}$.
- (s) $2e^{2x} = 100 \Rightarrow x = \frac{\ln(50)}{2}$.
- (t) $2e^{2x} = 100 \Rightarrow x = \ln(\sqrt{50})$.
- (u) $2e^{2x} = 100 \Rightarrow x \approx 1.95601$.

5. Skizziere resp. berechne im leeren Bereich unter dem jeweiligen Text:

Bitte alle Skizzen auf diesem Blatt jeweils neben der Funktionsvorschrift ausführen!

(Zusatzblätter können verloren gehen.)

Noch nichts ankreuzen, richtige Lösungen werden erst bei der Korrektur angekreuzt!

(a) Skizziere hier $y = (x - 2)^2 - 3$.

(b) Skizziere hier $y = \frac{1}{3} e^{-x-1}$.

(c) Skizziere hier $y = \frac{1}{x^3}$.

(d) Skizziere hier $y = +\sqrt[4]{x^2}$.

(e) Skizziere hier $y = 0.4x - 2.5$.

(f) Ermittle hier das Minimum von $y = (x - 8)(x - 2)$.

6. Notizen:

WIR1

Wird erst bei der Korrektur ausgefüllt:

Anzahl Kreuze:.....

Richtige Kreuze und leere Kreise:.....

Falsche Kreuze und leere Kreise:.....

Lösungen: Anzukreuzen ist

Seite 1: (e)

Seite 2: (b,d,g,i,l,m,p,q,r,s,t)

Seite 3: (d,e,f,j,m,n,p,r,u,v,w)

Seite 4: (a,e,g,h,i,l,m,r,s,t,u)

Seite 5: (a,b,c,d,e) siehe Graphikrechner, (f): (5/-9))

Flasch: Richtige nicht angekreuzt oder falsche angekreuzt.

Richtig: Richtige angekreuzt oder falsche nicht angekreuzt.