Test Biegelinie, Matrizen, lineare Abbildungen ◇ B1 02 S2 ◇

Hinweis: *Eine Aufgabe kann nur dann bewertet werden, wenn der Lösungsgang ersichtlich ist. Der Lösungsgang muss auf dem Blatt festgehalten sein. Alle Teilaufgaben werden gleich bewertet. (Zu einer Aufgabe gehört wenn möglich eine Skizze!)*

Probl. 1 (a) Berechne für die Funktion $f(x) = \sin(x)$ im Punkte $(x, y) = (\frac{\pi}{2}, f(\frac{\pi}{2}))$ die Krümmung und den Krümmungsradius.

(b) Skizziere dem Graphen und zeichne den Krümmungskreis und seinen Mittelpunkt in der Skizze ein.

(c) Wie lässt sich die Lage des Mittelpunktes beschreiben?

Probl. 2 Ein Balken mit quadratischem Querschnitt und der Seitenlänge $s = 5\ cm$ ist an einer senkrechten Mauer an der Stirnseite in horizontaler Lage befestigt nach der Art eines Sprungbretts. Die aus der Mauer nach rechts herausragende Länge beträgt $2\ m$. Weiter ist $E = 210000 N/mm^2$. Der Balken ist weiter gleichmässig belastet mit einer totalen Masse von $700\ kg$. Der Ursprung des Koordinatensystems legen wir auf die Biegelinie am Ausdrittsort aus der Wand.

(a) Berechne die Funktionsgleichung der Biegelinie. (Die Einheiten sind hier anzugeben.)

(b) Berechne die mit Hilfe der gefundenen Gleichung die Durchbiegung am Balkenende.

Probl. 3 Von einer linearen Abbildung g kennt man folgende Angaben: $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$,

$$g(\vec{v}_1) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\ \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ g(\vec{v}_2) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix},\ \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix},\ g(\vec{v}_3) = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnd die Abbildungsmatrix.

(b) Bilde den Punkt $P(1; 1; 1)$ ab.

(c) Berechne den Inhalt des Bildes des Einheitswürfels.

Probl. 4 Die Punkte des Raumes werden normal auf die Ebene OAB projiziert. Anschliessend wird der ganze Raum und damit auch die Ebene um die z–Achse um 30^o gedreht. In der Grundebene ist damit eine positive Drehung gegeben. Es gilt: $A = A(1; 1; 2),\ B = B(-1; 1; 1)$.

(a) Berechne die Abbildungsmatrix für die gesamte Abbildung (Projektion, anschliessend Drehung).

(b) Berechne das Bild des Punktes $P(1; -1; -1)$

(c) Berechne die Eigenwerte der Matrix.

Probl. 5 Die Spannung $\vec{s}$ im Punkte P eines belasteten Körpers bezüglich der Ebene F mit dem Normaleneinheitsvektor $\vec{n} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ ist durch $\vec{s} = T\,\vec{n}$ gegeben. Dabei ist $\vec{s} = \begin{pmatrix} 4000 \\ 900 \\ -1200 \end{pmatrix}$.

Weiter ist $\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} -3 \\ 10 \\ 5 \end{pmatrix}$ die nicht normierte Hauptspannungsrichtung zu $\sigma_1 = 3000$.

$\vec{n}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$ ist die nicht normierte Hauptspannungsrichtung zu $\sigma_2 = 0$.

(a) Berechne mit diesen Angaben, falls möglichm die Matrix T.

(b) Berechne die dritte fehlende Hauptspannungsrichtung und die Hauptspannung σ_3.

(c) Was würde passieren, wenn gelten würde: $\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} -3 \\ 10 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{n}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$?

Viel Glück!