

Test

◇ B1–08//09–04 ◇

- Wichtig:**
- ♡ Bitte nur die **Vorderseite** eines Blattes beschreiben.
 - ♣ Resultate sind gut sichtbar zu unterstreichen.
 - ♠ Nur gut leserliche, sauber gegliederte Lösungen mit sofort auffindbaren Resultaten können korrigiert werden.
 - ◇ Die einzelnen Aufgaben sind durch einen Strich zu trennen.
 - ♡ **Alle Teilaufgaben geben gleich viele Punkte.**

Probl. 1 Integriere von Hand:

- (a) Zeige die einzelnen Schritte bei der Integration von Hand: $\int x \cdot e^{-x} dx = ?$
- (b) Zeige die einzelnen Schritte bei der Integration von Hand: $\int_1^2 \frac{x+1}{(x+2)x} dx$

Probl. 2 Für die Funktion $f(x) = 1 + \sin(x) e^{-x^2}$ soll eine Näherung in Form eines Taylorpolynoms $p(x)$ von Grade 2 in einer Umgebung mit Zentrum $x = 0$ gefunden werden.

- (a) Berechne diese Näherung mit Hilfe der Potenzreihen von $\sin(x)$ und e^z und setze $z = -x^2$.
- (b) Berechne mit dem gefundenen Polynom eine Näherung für $\int_0^{0.2} p(x) dx$. Ist diese Näherung brauchbar?

Probl. 3 Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{x}$ und der Punkt $x_0 = 2$ auf der x -Achse. Berechne den Konvergenzradius der Taylorreihe von $f(x)$ mit Zentrum $x = x_0$.

Probl. 4 Gegeben ist die Funktion $f(x, y) = \sin(x) + \cos(y)$. Gesucht ist die Richtungsableitung und der Steigungswinkel in Grad im Punkt $(x_0, y_0) = (2, 1)$ in Richtung des Vektors $\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Probl. 5 Versuche, die nachfolgende Differentialgleichung nach der Separationsmethode zu lösen: $y'(x) = \frac{x^2}{e^y}$ unter der Bedingung $y(1) = 1$.

Probl. 6 Eine liegende Säule wird nach der Form der Kurve $f(x) = \frac{1}{x}$, $x \in [2, 6]$ modelliert. Die Form der Säule entsteht dann dadurch, dass man die Kurve um die x -Achse rotieren lässt.

- (a) Berechne die Mantelkurvenlänge der Säule numerisch.
- (b) Berechne den Inhalt der Mantelfläche (Rotationsfläche) numerisch.
- (c) Berechne des Volumeninhalt der Säule.

Viel Glück!