

## Test

## ◇ B2 01 ◇

Wichtig: Resultate sind gut sichtbar zu unterstreichen. Nur gut leserliche, sauber gegliederte Lösungen können korrigiert werden. Die einzelnen Aufgaben sind durch einen Strich zu trennen. Alle Teilaufgaben geben gleich viele Punkte. („Exakt“ heisst „ohne Dezimalbrüche“ im Resultat.)  
Wichtig: Immer eine Skizze. Alle Teilaufgaben geben gleichviele Punkte.

**Probl. 1** Die Resultierende von zwei Kräften  $\vec{F}_1$  von 30 N mit Richtung  $\vec{k}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$  und  $\vec{F}_2$  von

40 N mit Richtung  $\vec{k}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$  soll in drei Komponenten zerlegt werden, die parallel zu den Richtungen  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$  sind. Berechne die Länge der Zerlegungskomponente in Richtung  $\vec{a}$ .

**Probl. 2** Die Kugel  $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 36$  schneidet die  $(x, y)$ -Ebene in den Punkten  $P_1, P_2$  mit der  $x$ -Koordinate 3.  $P_1$  definiert mit dem Kugelmittelpunkt eine Gerade. Berechne den Abstand dieser Gerade von  $P_2$ .

**Probl. 3** Gegeben ist eine Ebene  $\Phi$  durch die Punkte  $P_1(0, 0, 3)$ ,  $P_2(0, 6, 0)$ ,  $P_3(5, 0, 0)$ . Ein Punkt  $Q_1(2, 4, 0)$  wird an  $\Phi$  gespiegelt. Berechne

- den Lotfusspunkt  $S \in \Phi$  beim Spiegeln,
- den Spiegelpunkt  $Q_2$ ,
- das Volumen des Körpers  $Q_1P_1P_2P_3Q_2$ ,
- den Flächeninhalt  $P_1P_2P_3$ ,
- den Winkel  $\angle(Q_1P_1Q_2)$ .

**Probl. 4** Gegeben ist die Fläche  $f(x, y) = \sin(x + y)$  mit  $x, y \in [0, \pi]$ .

- Skizziere die Fläche in einer Falschperspektive.
- An der Stelle  $(x, y) = \left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  wird die Tangentialebene konstruiert. Berechne den Punkt, in dem diese Ebene die  $z$ -Achse durchstösst.
- Berechne den Flächeninhalt der Funktionsfläche  $f$ .
- Berechne die Länge des Randes der Fläche.