

Test

◇ E+M1 01 Algebra ◇

Wichtig: Resultate sind gut sichtbar zu unterstreichen. Nur gut leserliche, sauber gegliederte Lösungen können korrigiert werden. Die einzelnen Aufgaben sind durch einen Strich zu trennen. Alle Teilaufgaben geben gleich viele Punkte. („Exakt“ heisst „ohne Dezimalbrüche“ im Resultat.)
Wichtig: Immer eine Skizze. Alle Teilaufgaben geben gleichviele Punkte.

Probl. 1 Gegeben sind die Punkte $O(0, 0)$, $A(4, 3)$, $B(6, 5)$ und $C(2, 8)$. Berechne die Flächeninhalte (Flächenprodukte) von $\triangle OAB$, $\triangle OBC$ und $\triangle OCA$ sowie deren Summe unter Beibehaltung des Vorzeichens. Was stellt man fest?

Probl. 2 Die Resultierende von zwei Kräften \vec{F}_1 von 1 N mit Richtung $\vec{k}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ und \vec{F}_2 von 1 N mit Richtung $\vec{k}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$ soll in drei Komponenten zerlegt werden, die parallel zu den Richtungen $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ sind. Berechne die Länge der Zerlegungskomponente in Richtung \vec{a} .

Probl. 3 Gegeben sind vier Punkte A, B, C und D durch

$$\vec{OA} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \vec{OB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad \vec{OC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{OD} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

- Berechne das Volumen des Tetraeders $ABCD$.
- Berechne den Inhalt der Oberfläche des Tetraeders $ABCD$.
- Berechne bei B den Winkel $\angle(ABC)$.

Probl. 4 Gegeben ist in Dreieck $\triangle ABC$ mit $A(4, 5, -6)$, $B(6, 2, -5)$, $C(2, 16, 1)$.

- Kann man einen Punkt X auf der Seite \overline{BC} derart finden, dass \overline{BC} rechtwinklig auf \overline{AX} steht? Wenn ja, so ist dieser Punkt X zu berechnen.
- Dann ist zu entscheiden, ob X zwischen B und C oder ausserhalb der Strecke liegt resp. mit einer Ecke zusammentrifft.
- Wenn man durch A und X eine Gerade legt, so durchstösst diese irgendwo die (x, y) -Ebene (Grundebene) oder ist parallel zu dieser. Im letzten Fall vereinbaren wir, dass die Gerade die Ebene „im Unendlichen“ durchstösst. Man berechne den Durchstosspunkt.