

## Test

## ◇ E+M1 01 Analysis 06 ◇

Wichtig: Resultate sind gut sichtbar zu unterstreichen. Die einzelnen Aufgaben sind durch einen Strich zu trennen. Alle Teilaufgaben geben gleichviele Punkte. Rückseiten frei lassen!

**Probl. 1**  $D_f =$  Definitionsbereich (Punkte, welche nicht dazu gehören erkennbar markieren!):  
(Je 3 P.)

- (a)  $f_1(x) = \sin(x) \sqrt{1 - \cos^2(x)}$ .  
Bestimme  $D_f$  von  $f = f_1$  im Intervall  $I = [0, 2\pi]$  und skizziere  $f$ .
- (b)  $f_2(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2}}$ .  
Bestimme  $D_f$  von  $f = f_2$  im Intervall  $I = [-2, 2]$  und skizziere  $f$ .
- (c)  $f_3(x) = \lfloor 2.5 \sin(\pi x) - 1 \rfloor$ .  $\lfloor \cdot \rfloor =$  Gauss-Klammer.  
Bestimme  $D_f$  von  $f = f_3$  im Intervall  $I = [-1, 3]$  und skizziere  $f$ .
- (d)  $f_4(x) = \cos(x - \lfloor x - 0.5 \rfloor)$ .  $\lfloor \cdot \rfloor =$  Gauss-Klammer.  
Bestimme  $D_f$  von  $f = f_4$  im Intervall  $I = [0, 2.5]$  und skizziere  $f$ .
- (e)  $f_5(x) = \arcsin\left(\frac{\sin(x)}{\sqrt{\sin^2(x)}}\right)$ .  
Bestimme  $D_f$  von  $f = f_5$  im Intervall  $I = [0, 5]$  und skizziere  $f$ .
- (f)  $f_6(x) = \arctan\left(\frac{\sin(x)}{\sqrt{1 - \cos^2(x) + 1}}\right)$ .  
Bestimme  $D_f$  von  $f = f_6$  im Intervall  $I = [0, 2\pi]$  und skizziere  $f$ .
- (g)  $f_7(x) = \operatorname{sgn}(x^2 - 1)$ .  
Bestimme  $D_f$  von  $f = f_7$  im Intervall  $I = [-3, 3]$  und skizziere  $f$ .
- (h)  $f_8(x) = \sin(\sin(x))$ .  
Bestimme  $D_f$  von  $f = f_8$  im Intervall  $I = [-5, 5]$  und skizziere  $f$ .
- (i)  $f_9(x) = \cosh(x) + \sinh(x)$ .  
Bestimme  $D_f$  von  $f = f_9$  im Intervall  $I = [-3, 3]$  und skizziere  $f$ .
- (j)  $f_{10}(x) = \cosh(|x|) + \sinh(|x|)$ .  
Bestimme  $D_f$  von  $f = f_{10}$  im Intervall  $I = [-2, 2]$  und skizziere  $f$ .
- (k)  $f_{11}(x) = \cos(x) + x|x| \sin(x)$ .  
Bestimme  $D_f$  von  $f = f_{11}$  im Intervall  $I = [-5, 5]$  und skizziere  $f$ .

**Probl. 2** (Je 1 P. pro richtige Nennung. Fehler geben Minuspunkte.)

- (a) Nenne die Punkte, in denen die obigen Funktionen nicht stetig sind (Nummer der Funktion angeben!).
- (b) Nenne die Punkte, in denen die obigen Funktionen nicht monoton sind (Nummer der Funktion angeben!).
- (c) Nenne die Stellen, in denen die obigen Funktionen senkrechte Asymptoten haben (Polstellen) — (Nummer der Funktion angeben!).
- (d) Nenne diejenigen obiger Funktionen welche gerade sind (Nummer der Funktion angeben!).

**Probl. 3** (a) Eine Repetitionsaufgabe: Vereinfache von Hand (ein einziger Bruch)!

$$f(x) = \frac{(1-x) \left( x + \frac{x^3+1}{(x-1)(x+1)} + 1 \right)}{x} - 2x$$

(b) Berechne die Stellen, in denen  $|f(x)| = 3$  gilt.

(c) Berechne  $x$  numerisch:  $x = 7 + \frac{6}{6 + \frac{6}{6 + \frac{6}{\ddots}}}$  (Je 3 P.)

**Probl. 4** Berechne den Grenzwert (Resultat mit Herleitung): (Je 3 P.)

(a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + e^n}{e^n \pi + \frac{1}{n}}$

(b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n} \right) \ln(n^2)$

(c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-4n^2 + \sin(n)n + n - 2 - \frac{3}{n}}{2n^3 + \sin(n)n + 2n + 1}$

(d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n^2 - 2}{3n^2 - 2} + \frac{\tan\left(\frac{1}{n^2}\right) \sin^2(n) + 1}{3n + \sin(n)} \right)$

**Probl. 5** Gegeben sind die Funktionen  $h_1(x) = (x-2)^2 - 2$  und  $h_2(x) = 2(x-2)(x-1) - 2$ .

(a) Berechne die Schnittpunkte der beiden Graphen. (Je 3 P.)

(b) Berechne denjenigen Punkt (falls möglich), an welchem die Sehne zwischen den Schnittpunkten die  $x$ -Achse schneidet.