

- Wichtig:**
- ♡ Bitte nur die **Vorderseite** eines Blattes beschreiben.
 - ♣ Resultate sind gut sichtbar zu unterstreichen.
 - ♠ Nur gut leserliche, sauber gegliederte Lösungen mit sofort auffindbaren Resultaten können korrigiert werden. (Ersichtlicher Lösungsweg!)
 - ◇ Die einzelnen Aufgaben sind durch einen Strich zu trennen.
 - ♡ **Alle Teilaufgaben geben gleich viele Punkte.**

Probl. 1 Eine Parallelschaltung besteht aus drei parallel geschalteten Serien. In der ersten Serie befinden sich die Widerstände R_1 und 2 mal R_2 . In der zweiten Serie befinden sich R_1 , R_2 und R_3 . Die zweite Serie dann ist doppelt vorhanden. Eingebaut worden sind $R_1 = 1 \Omega \pm 0.05\Omega$, $R_2 = 3 \Omega \pm 0.08\Omega$ und $R_3 = 6 \Omega \pm 0.12\Omega$.

- (a) Berechne $R_{total} \pm \Delta R_{total}$
- (b) Was ist erstaunlich am Resultat, wenn man die Lage der Gesamttoleranz bezüglich der Einzeltoleranzen betrachtet?

Probl. 2 Gegeben sind die Messdatenpaare:

$$M = \{\{1., 5.05\}, \{2., 6.36\}, \{3., 5.1\}, \{4., 6.56\}, \{5., 5.03\}, \{6., 6.27\}, \{7., 5.11\}, \{8., 6.39\}, \{9., 4.89\}, \{10., 6.36\}, \{11., 5.01\}, \{12., 6.3\}, \{13., 4.82\}, \{14., 6.24\}, \{15., 4.7\}, \{16., 6.2\}, \{17., 4.84\}, \{18., 6.05\}, \{19., 4.61\}, \{20., 5.97\}, \{21., 4.76\}, \{22., 6.08\}\}$$

An aufeinander folgenden Tagen ist an einer Maschine der Druck des Pneumatiksystems an einem Kontrollinstrument abgelesen worden. Die erste Zahl in einem Paar in M bedeutet den Messzeitpunkt („fortlaufende Nummer des jeweiligen Tages“), die zweite Zahl bedeutet den Druck. Der Druck ist alternierend jeweils einmal am Ende der Nachtschicht und einmal zu Beginn der Nachmittagschicht vom Schichtführer abgelesen worden.

- (a) Suche die beste Gerade durch diese Punkte. (Koeffizienten angeben!)
- (b) Beim genaueren Betrachten der Zahlen fällt eine gewisse periodische Schwankung der Werte auf. Ist da wohl etwas faul? — Erfasse die Druckwerte in einem Histogramm (Beginnend mit dem ersten Balken, linke untere Ecke bei 5.0, Balkenbreite 0.2,)
- (c) Entscheide, ob man die Messpaare anhand der Druckwerte in zwei Gruppen einteilen und dann die beiden Gruppen einzeln behandeln soll. Suche, falls dies sinnvoll ist, pro Gruppe die beste Gerade. (Form $y = a x + b$).
- (d) Erstelle ein Diagramm mit den Messpunkten und allen errechneten Geraden. Ist eine Tendenz erkennbar, welche Fragen aufwirft?
- (e) Suche den Korrelationskoeffizienten pro Gerade. Was fällt auf?
- (f) Ein Kontrollgang zum Messgerät zeigt, dass dort eine Strichskala vorhanden ist. Angeschrieben ist nur der Normaldruck an Skalenanfang und der Enddruck am Skalende. Wie könnte man also das Problem erklären und allenfalls die Daten retten?

- Probl. 3** (a) Was bedeutet „Randomisieren“ und wie könnte man dabei vorgehen?
 (b) Was ist ein winsorisiertes Mittel?
 (c) Was ist das Signifikanzniveau?
 (d) Erkläre die Ausdrücke *objektiv*, *reliabel*, *valide*, *signifikant*.

Probl. 4 Gegeben ist eine Stichprobe aus einer Grundgesamtheit von 200 Elementen:

$$S_{G,200} = \{x_k \mid k = 1, \dots, n\} :=$$

$$\{7.58, 7.01, 6.18, 7.13, 6.4, 7.07, 7.55, 7.31, 7.54, 6.82, 6.16, 7.68, 6.39, 6.61, 7.55\}.$$

- (a) Berechne den Median, den Mittelwert und die Standardabweichung.
 (b) Gesucht ist ein Punktschätzer für den Mittelwert der Grundgesamtheit. Zur Auswahl steht der Median und der Mittelwert. Zur Kontrolle berechnet man noch die Lage der Spanne: $\{Min(M), Max(M)\}$. Gibt es hier ein sofort einsehbares stichhaltiges Argument, welches für den Median als Schätzer spricht?
 (c) Man hat sich nun entschieden, die Standardabweichung als Standardfehler zu verwenden. Berechne mit $\bar{x} \pm \Delta x$ einen Schätzer für $\mu_X \pm \sigma_X$.
 (d) Gegeben ist die Funktion $Y = f(X) = \frac{2 + \sin(X^2)}{2 + X^2}$. Berechne mit den Werten $\bar{x} \pm \Delta x$ einen Schätzer für $\mu_Y \pm \sigma_Y$ und beurteile das Resultat.

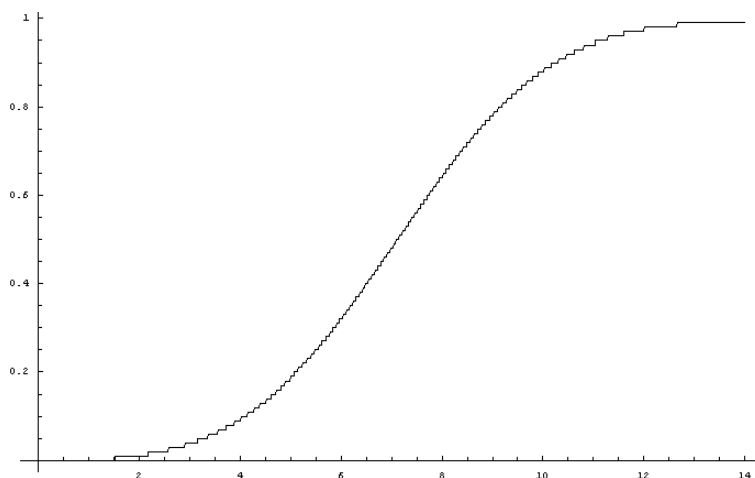
Probl. 5 Von einer konzeptionellen Grundgesamtheit kennt man die folgende Stichprobe:

$$S = \{6.45, 6.34, 6.14, 7.43, 6.4, 6.44, 7.47, 6.65, 7., 5.61, 17.57, 7.46, 6.17, 6.86, 6.32, 6.56, 6.47, 6.39, 6.16, 6.32, 6.2, 7.57\}$$

Wie man schnell feststellt, befindet sich in S der Wert 17.57, der nicht so recht hineinpasst. Untersuche, ob man mit Hilfe der Stichprobe eine Aussage konstruieren kann, welche etwas über die Chance aussagt, mit welcher ein solcher Wert existieren kann. Schliesslich ist es nicht so schwierig, den Mittelwert und die Standardabweichung der Grundgesamtheit zu schätzen. Dabei soll man die notwendigen Parameter der Stichprobe auf zwei verschiedene Arten bestimmen:

- (a) Mit dem „Ausreisser“.
 (b) Ohne den „Ausreisser“.

Probl. 6 Wir versuchen, mit ähnlichen Daten wie in der letzten Aufgabe zur Schätzung einer Wahrscheinlichkeitsfunktion zu kommen. Dazu verwenden wir die Bootstrap-Methode. Damit konnten wir den nachstehenden Graphen erzeugen. Wir haben dazu auch noch den Mittelwert 7.09 und die Standardabweichung 2.40 aus der zur Verfügung stehenden Stichprobe errechnet.



- (a) Ermittle, wie gross die Wahrscheinlichkeit, dass die Daten in einem Intervall zwischen $\mu - \sigma$ und $\mu + \sigma$ liegen, bei diesem Modell ist.
- (b) Ermittle ebenso, wie gross die Wahrscheinlichkeit bei diesem Modell ist, dass die Daten in einem Intervall zwischen $\mu - 2\sigma$ und $\mu + 2\sigma$ liegen.

Probl. 7 Gegeben ist die folgende Datenmenge:

$$S = \{6.45, 6.34, 6.14, 7.43, 6.4, 6.44, 7.47, 6.65, 7., 5.61, 7.57, 7.46, 6.17, 6.86, 6.32, 6.56, 6.47, 6.39, 6.16, 6.32, 6.2, 7.57\}$$

- (a) Berechne den empirischen Mittelwert \bar{x} und die Streuung StD .
- (b) Teile die Werte in Klassen mit den Grenzen

$$5.75, 6, 6.25, 6.5, 6.75, 7, 7.25, 7.5, 7.75, 8, 8.25$$

ein, falls das vernünftig erscheint. Zeichne das Histogramm für die relativen Häufigkeiten.

- (c) Zeichne in das Histogramm die Funktion der Normalverteilung mit \bar{x} und StD ein. Beurteile anhand der Graphik, ob es plausibel erscheint, die Werte als normalverteilt anzunehmen.

Viel Glück!