

- Wichtig:**
- ♡ Bitte nur die **Vorderseite** eines Blattes beschreiben.
  - ♣ Resultate sind gut sichtbar zu unterstreichen.
  - ♠ Nur gut leserliche, sauber gegliederte Lösungen mit sofort auffindbaren Resultaten können korrigiert werden. (Ersichtlicher Lösungsweg!)
  - ◇ Die einzelnen Aufgaben sind durch einen Strich zu trennen.
  - ♡ **Alle Teilaufgaben geben gleich viele Punkte.**

**Probl. 1**

$$z = f(x, y) = k_1 (x - y) e^{k_2 (x-y)(x+y)},$$

$$P_1 = P_1(1.00, 1.00), \quad P_2 = P_2(2.00, 1.00), \quad P_3 = P_3(1.00, 2.00), \quad \Delta x = \Delta y = 0.20.$$

Die Konstanten  $k_1$  und  $k_2$  sind Normierungskonstanten, welche dazu dienen, die verwendeten Masseinheiten anzupassen. Da  $x$  und  $y$  schon in der richtigen Masseinheit vorliegen, können wir hier für unsere Betrachtung  $k_1 = k_2 = 1$  setzen und die Masseinheiten weglassen.

- (a) Berechne nach dem lin. Fehlerfortpflanzungsgesetz  $\Delta z$  für die Stellen  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ .
- (b) Berechne die absoluten realen Fehler aus  $\text{Max}(f(x \pm \Delta x, y \pm \Delta y))$  für die Stellen  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ .  
*Hinweis:* Wegen  $\pm \Delta x$ ,  $\pm \Delta y$  ist hier erst aus 4 Werten das Maximum zu berechnen.
- (c) Wie ist die zum Teil grosse Abweichung der Resultate der eben gerechneten Teilaufgaben zu erklären?

**Probl. 2** Es soll eine Sendung mit 4'000 Schrauben vorbereitet werden. Ca. 0.2% davon sind nach der laufenden Qualitätskontrolle unbrauchbar (Ausschuss). Die Sendung wird vom Kunden geprüft werden, indem er  $n$  mal eine Schraube zieht und wieder zurücklegt, wonach die Kiste jeweils nach dem Zurücklegen zu schütteln ist. Der Kunde schlägt infolge seiner Möglichkeiten vor,  $n = 10$  vertraglich festzusetzen. Der Lieferant will sich davon nun ein Bild machen.

- (a) Wie gross ist die Chance, dass der Kunde 0 unbrauchbare Schrauben findet, wenn 10 Schrauben nach dem abgemachten Verfahren gezogen und geprüft werden?
- (b) Wie gross ist die Chance, dass der Kunde genau 1 unbrauchbare Schraube findet, wenn 10 Schrauben nach dem abgemachten Verfahren gezogen und geprüft werden?
- (c) Wie gross ist die Chance, dass der Kunde genau 2 unbrauchbare Schrauben findet, wenn 10 Schrauben nach dem abgemachten Verfahren gezogen und geprüft werden?
- (d) Wie gross ist die Chance, dass der Kunde genau 3 unbrauchbare Schrauben findet, wenn 10 Schrauben nach dem abgemachten Verfahren gezogen und geprüft werden?
- (e) Wie gross ist die Chance  $P_{\text{max},6}$ , dass der Kunde maximal 6 unbrauchbare Schrauben findet, wenn 10 Schrauben nach dem abgemachten Verfahren gezogen und geprüft werden?

- (f) Wie gross ist die Chance  $P_{min,7}$ , dass der Kunde minimal 7 unbrauchbare Schrauben findet, wenn 10 Schrauben nach dem abgemachten Verfahren gezogen und geprüft werden?

**Probl. 3** Es soll nochmals eine Sendung mit 4'000 Schrauben vorbereitet werden. Ca. 0.2 % davon sind nach der laufenden Qualitätskontrolle wieder unbrauchbar. Diesmal wird die Sendung vom Kunden geprüft, indem er  $n$  mal eine Schraube zieht und nicht wieder zurücklegt. Der Kunde schlägt wieder infolge seiner Möglichkeiten vor,  $n = 10$  vertraglich festzusetzen. Der Lieferant will sich davon ebenfalls ein Bild machen.

- (a) Wie gross ist die Chance, dass der Kunde 0 unbrauchbare Schrauben findet, wenn 10 Schrauben nach dem abgemachten Verfahren gezogen und geprüft werden?
- (b) Wie gross ist die Chance, dass der Kunde genau 1 unbrauchbare Schraube findet, wenn 10 Schrauben nach dem abgemachten Verfahren gezogen und geprüft werden?
- (c) Wie gross ist die Chance, dass der Kunde genau 2 unbrauchbare Schrauben findet, wenn 10 Schrauben nach dem abgemachten Verfahren gezogen und geprüft werden?
- (d) Wie gross ist die Chance, dass der Kunde genau 3 unbrauchbare Schrauben findet, wenn 10 Schrauben nach dem abgemachten Verfahren gezogen und geprüft werden?
- (e) Wie gross ist die Chance  $Q_{max,6}$ , dass der Kunde maximal 6 unbrauchbare Schrauben findet, wenn 10 Schrauben nach dem abgemachten Verfahren gezogen und geprüft werden?
- (f) Wie gross ist die Chance  $Q_{min,7}$ , dass der Kunde minimal 7 unbrauchbare Schrauben findet, wenn 10 Schrauben nach dem abgemachten Verfahren gezogen und geprüft werden?
- (g) Um wieviele Prozent von  $P_{max,6}$  aus der vorausgegangenen Aufgabe weicht  $Q_{max,6}$  von  $P_{max,6}$  ab?
- (h) Um wieviele Prozent von  $P_{min,7}$  aus der vorausgegangenen Aufgabe weicht  $Q_{min,7}$  von  $P_{min,7}$  ab? — Was ist dazu zu bemerken?
- (i) Welches Verfahren (mit oder ohne zurücklegen) wird der Lieferant dem Kunden vorschlagen? Und hat er dafür eine dem Kunden glaubhafte Begründung?

**Probl. 4** Gegeben sind die Temperaturmessdaten in einem Materialprüflabor jeweils um 09:00 Uhr am Morgen von aufeinander folgenden Tagen:

$$M = \{20.10, 20.50, 21.08, 21.72, 21.14, 20.60, 20.31, 21.54, 21.47, 20.70, 19.57, 20.33, 20.15, 19.31, 20.53, 20.59, 21.80, 20.29, 21.13, 19.90, 20.81, 20.60, 20.16, 19.47, 20.00\}.$$

Für die Einzelmessungen gilt wegen dem Ableseverfahren die Messtoleranz  $\Delta y = \pm 0.02$ .

Die Temperatur im Labor sollte aus praktischen Gründen möglichst konstant bleiben. Eine Auflage der Behörde ist es, über die herrschenden Verhältnisse Buch zu führen. Folgende Grössen sind der Behörde abzuliefern und daher jetzt zu berechnen:

- (a) Den Mittelwert und den Standardfehler (Standardabweichung) des gegebenen Datensatzes über die Messperiode.

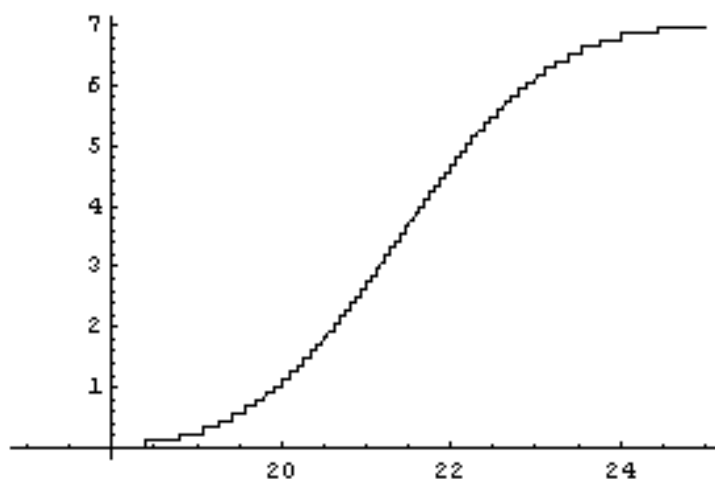
- (b) Den standardisierten linearen (absoluten) Fehler des Mittelwerts  $\bar{y}$ .
- (c) Den standardisierten linearen (absoluten) Fehler der  $y$ -Standardabweichung.
- (d) Die Parameter der  $y$ -Werte der Ausgleichsgerade, wenn die  $x$ -Werte durch die mit 1 beginnenden fortlaufenden Nummern der Messwerte gegeben werden.
- (e) Wie lässt sich die Steigung der Ausgleichsgeraden beurteilen?

**Probl. 5** Gegeben sind die folgenden 25 Messpunkte mit  $x = 1$  bis  $x = 25$ :

$$U = \{\{1, 97.6\}, \{2, 76.6\}, \{3, 46.5\}, \{4, 40.1\}, \{5, 30.1\}, \{6, 20.0\}, \{7, 17.3\}, \{8, 8.6\}, \\ \{9, 4.1\}, \{10, 1.5\}, \{11, 0.1\}, \{12, 0.1\}, \{13, 1.9\}, \{14, 4.5\}, \{15, 8.\}, \{16, 15.5\}, \\ \{17, 26.5\}, \{18, 32.7\}, \{19, 46.8\}, \{20, 50.6\}, \{21, 78.8\}, \{22, 90.7\}, \{23, 100.2\}, \\ \{24, 105.9\}, \{25, 159.9\}\}.$$

- (a) Berechne dazu die Koeffizienten der Ausgleichsgeraden.
- (b) Berechne die  $x$ -Varianz, die  $y$ -Varianz und die Kovarianz.
- (c) Berechne den Korrelationskoeffizienten. Was fällt auf?
- (d) Versuche, an der Stelle einer Geraden eine Ausgleichsparabel ( $Grad = 2$ ) zu finden.

**Probl. 6** Mittels der Bootstrap-Methode hat man nach langer Computerlaufzeit die nachfolgende Summen-Funktion (Verteilungsfunktion) für die Wahrscheinlichkeit der Lage des Mittelwerts einer Stichprobe gefunden:



Dieses Diagramm ist jedoch noch nicht normiert worden. Es kann dadurch normiert werden, indem man die Skala auf der  $y$ -Achse entsprechend anpasst.

- (a) Schildere mit Hilfe einer Skizze in Worten, wie man bei der Normierung vorzugehen hat.
- (b) Normiere die Skala und lese dann den wahrscheinlichsten Mittelwert ab.
- (c) Lese die Grenzen eines 95%-Vertrauensintervalls ab. Damit ist hier ein Intervall gemeint, unterhalb dem und oberhalb dem der Mittelwert nur je mit 2.5% Wahrscheinlichkeit liegt.

**Probl. 7** In der Beilage findet sich ein Artikel mit wissenschaftlichem Inhalt. Damit wird ein Verfahren beschrieben, das oft in der statistischen Praxis Anwendung findet. Finde anhand des Textes heraus, wie die folgenden beiden Fragen zu beantworten sind (kurze Beschreibung in Stichworten). — Falls von mehreren Stufen des Verfahrens resp. von diversen Stichproben resp. Faktorstufen usw. die Rede ist, so soll nur die einfachere Version beschreiben werden. (Siehe dazu auch <http://de.wikipedia.org/wiki/T-Test>.)

- (a) Was genau kann man mit Hilfe des beschriebenen Verfahrens über die vorliegenden Daten herausfinden?
- (b) Welche Voraussetzungen für den Datensatz oder die Datensätze müssen erfüllt sein, damit das Verfahren angewandt werden darf?

Viel Glück!