

# Übungen in Analysis

◇ E+M I / 10+11 ◇

**Probl. 1** Bernoulli:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{x} = ?$

(b)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \pi \frac{\sin(x)}{\sqrt{x - \pi}} = ?$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)^2}{x} = ?$

**Probl. 2**  $f(x) = (x^x)^x \rightsquigarrow f'(x) = ?$

**Probl. 3**  $f(x) = x^{(x^x)} \rightsquigarrow f'(x) = ?$

**Probl. 4**  $f(x) = 1/2x - \cos(x) \rightsquigarrow \text{Min.} = ?, \text{Max.} = ?$

**Probl. 5**  $f(x) = x \cdot \sqrt{x} \rightsquigarrow f'(x) = 0 \Rightarrow x = ?, \text{Min./Max.}?$

**Probl. 6**  $f(x) = e^{-x^2} \rightsquigarrow f'(x) = 0, x = ?, f''(x) = 0, x = ?$   
Graph von  $f$ ?

**Probl. 7**  $f(x) = 3x^3 + 4x^2 - 5x - 5 \rightsquigarrow f'(x) = 0, x = ?, f''(x) = 0, x = ?$   
Graph von  $f$ ?

**Probl. 8**  $f(x) = x^4 - x^2 - 1 \rightsquigarrow f'(x) = 0, x = ?, f''(x) = 0, x = ?$   
Graph von  $f$ ?

**Probl. 9** Differenziere die nachfolgende Gleichung links und rechts nach  $x$ :

$$\sin(x + \beta) = \sin(x) \cdot \cos(\beta) + \cos(x) \cdot \sin(\beta)$$

Was kann man folgern?

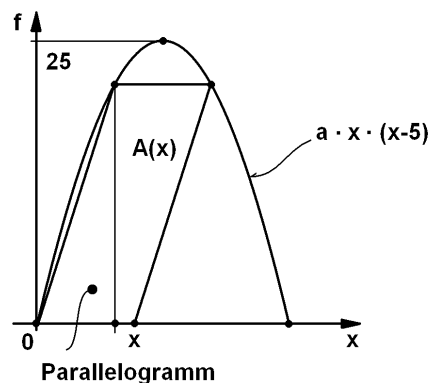
**Probl. 10** Bestimme die Extrema:

(a)  $f(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2$

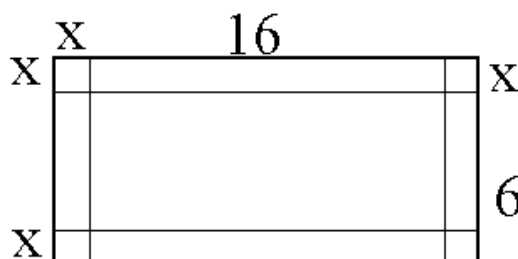
(b)  $f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{9}x^3 - x^2 + 1$

(c)  $f(x) = \frac{1}{50}x^2(x - 5)(x - 9)$

- Probl. 11** (a)  $a = ?$   
 (b)  $A(x) \rightarrow \text{Max.} \rightsquigarrow x = ?$



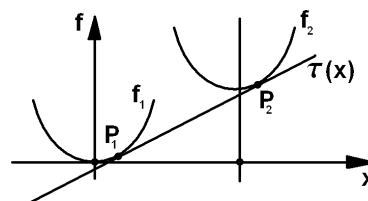
- Probl. 12** Durch wegschneiden der quadratischen Ecken der Breite  $x$  und danach falten entsteht aus dem Papierbogen ( $16 \times 6$ ) eine Schachtel ohne Deckel. Wie gross muss man  $x$  wählen, damit der Inhalt maximal wird?



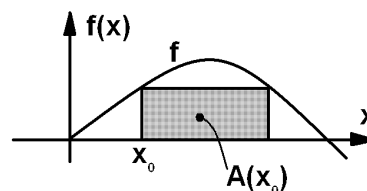
- Probl. 13** Schwieriges Problem:

$$f_1(x) = x^2, \quad f_2(x) = (x-2)^2 + 4$$

$\overline{P_1 P_2}$ : Gemeinsame Tangente  
 $P_1 = P_1(x_1, y_1), \quad P_2 = P_2(x_2, y_2)$   
 $x_1, x_2, y_1, y_2 = ?$



- Probl. 14**  $f(x) = \sin(x)$   
 $A(x_0)$  soll maximal sein  
 $x_0 = ?$



- Probl. 15**  $f_1(x) = x^2, \quad f_2(x) = x^4$   
 Maximaler Abstand der beiden Kurven von  $f_1$  und  $f_2$  in  $y$ -Richtung zwischen  $x = 0$  und  $x = 1$ ?