
Probl. 1 Diskutiere die Graphen der folgenden rationalen Funktionen:

(a) $f(x) = x^2 + 10x$

(b) $f(x) = x^3 - 2x$

(c) $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{2}x$

(d) $f(x) = 2x^5 - 3x^2$

(e) $f(x) = \frac{1}{5}x^5 - 2x^3 + x$

(f) $f(x) = 2x^3 + 2x^2 - x - 4$

(g) $f(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 1$

(h) $f(x) = 2x^4 - 4x^3 + 4x - 2$

(i) $f(x) = x^3 - 9x - 8$

(j) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

(k) $f(x) = \frac{2(x-1)}{x-1}$

(l) $f(x) = \frac{(x-3)(x-1)}{x-1}$

(m) $f(x) = \frac{(x+3)(x-1)}{x-1}$

(n) $f(x) = \frac{(x+3)(x-1)}{(x-1)^2}$

(o) $f(x) = 1 + \frac{(x-2)^2}{(x-1)^3}$

(p) $f(x) = \frac{4x-3}{(x-2)^3}$

(q) $f(x) = \frac{2x+1}{(x+2)^3}$

(r) $f(x) = \frac{3x^2+2x-16}{x^2-4x-3}$

(s) $f(x) = \frac{9x-27}{x^2}$

(t) $f(x) = \frac{x^2-2x+2}{x-2}$

(u) $f(x) = \frac{x}{x+1}$

(v) $f(x) = \frac{x^2-9}{x^2+3}$

$$(w) f(x) = \frac{x^2 + 4}{2x + 8}$$

$$(x) f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 12}$$

$$(y) f(x) = \frac{x}{x^2 - 9}$$

Probl. 2 $f(x) = \frac{1}{x^2 + 6}$. Der Graph ist symmetrisch zur y -Achse. Unter der Funktionskurve ist durch $(x_0; 0)$, $(x_0; f(x_0))$, $(-x_0; f(-x_0))$ und $(-x_0; 0)$ ein Rechteck bestimmt. Berechne x_0 , sodass der Rechtecksflächeninhalt maximal wird.

Probl. 3 Es soll ein Zylinder hergestellt werden mit 1 Liter Inhalt und minimaler Oberfläche (minimaler Materialverbrauch). Berechne den Radius und die Höhe des Zylinders.

Probl. 4 In eine Kugel mit dem Radius 1 wird ein Kegel eingeschrieben.

(a) Berechne den Radius und die Höhe des Kegels, sodass das Kegelvolumen maximal wird.

(b) Berechne den Radius und die Höhe des Kegels, sodass die Kegeloberfläche maximal wird.

Probl. 5 Um eine Kugel mit dem Radius 1 wird ein Kegel umschrieben.

(a) Berechne den Radius und die Höhe des Kegels, sodass das Kegelvolumen minimal wird.

(b) Berechne den Radius und die Höhe des Kegels, sodass die Kegeloberfläche minimal wird.

Probl. 6 $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$. f hat bei $x = -3$ ein Extremum. Bei $x = 3$ ist ein Pol vorhanden und $y = x + 12$ ist eine Asymptote. $f = ?$ Skizziere den Graphen.

Probl. 7 $f(x) = ax^2$ und $y = \frac{1}{x}$ schneiden sich im 1. Quadranten rechtwinklig. Wie gross ist a ? Skizziere den Graphen.

Probl. 8 Der Graph von $y = \frac{ax^2}{(x^2 + b)^2}$ geht durch $P_0(\sqrt{3}; 3)$. In P_0 ist eine waagrechte Tangente vorhanden. Berechne so weit wie möglich die fehlenden Parameter und skizziere den Graphen.