

Übungen in Analysis

◇ E+M I / 14 ◇

Nachbereitung von Testaufgaben im Hinblick auf die Modulprüfung. Wichtig: Vor allem Aufgaben 2 und 3:

Probl. 1 Berechne die nachfolgenden Ableitungen von Hand. (Die Herleitung wird bewertet, sofern das Resultat nicht unmittelbar sichtbar ist.) Vereinfache die folgenden Resultate so weit wie möglich. Es ist eine möglichst kurze Schreibweise anzustreben:

- (a) $f(x) = 100x^{100} + 10x^{10} + 5x^2 - 3x + 1$, $f'(x) = ?$
- (b) $f(x) = 100x^{100} + 10x^{10} + 5x^2 - 3x + 1$, $f'(1) = ?$
(Gemeint ist immer „erst ableiten, nachher einsetzen“.)
- (c) $f(x) = ax^a + 10x^{10} + 5x^2 - 3x + 1$, $a, x > 0$, $f'(a) = ?$
- (d) $f(x) = \cos(x) \cot(x)$, $f'(x) = ?$
- (e) $f(x) = \cos(x) \cot(x)$, $f'(\frac{\pi}{4}) = ?$
- (f) $f(x) = \frac{\cos(x)}{x^2}$, $f'(x) = ?$
- (g) $f(x) = \frac{\cos(x)}{x^2}$, $f'(\pi) = ?$
- (h) $f(x) = e^{2x^2-4x+5}$, $\arctan(f'(1)) = ?$ (Steigungswinkel!)

Probl. 2 Diskutiere die nachfolgenden Funktionsgraphen.
(Falls vorhanden: Extrema, Wendepunkte, Asymptoten, Pole, grobe Abschätzung von Nullstellen, Definitionslücken, Skizze.)

- (a) $f(x) = \frac{(x-3)(x-1)}{(x-1)^2}$
- (b) $f(x) = \frac{(x-2)^2}{(x-3)^2} + 1$
- (c) $f(x) = e^{x-x^2} \cdot x$
- (d) $f(x) = \sin(e^x)$, $D_f = [0, 2]$

Probl. 3 Gegeben ist eine Kugel mit dem Radius $R = 2$.

- (a) Der Kugel wird ein Kreiskegel (Rotationskörper) eingeschrieben. Berechne die Kegelhöhe, für welche das Kegelvolumen maximal ist.
- (b) Der Kugel wird ein Kreiskegel (Rotationskörper) umschrieben. Berechne den Kegelradius, für welche das Kegelvolumen minimal ist.
- (c) Von $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ weiss man, dass der Graph bei $x = 4$ ein Extremum hat. Bei $x = 8$ ist ein Pol vorhanden. Zudem kennt man die Asymptote $y = 0.5x - 3$.
 - i. Berechne die unbekannt Parameter a, b, c, d .
 - ii. Berechne $f(0)$.

WIR1