

# Übungen in Analysis

◇ E+M 2 02 ◇

---

**Probl. 1** Berechne die folgende Integrale von Hand (partielle Integration):

(a)  $\int x^2 \cos(x) dx$

(b)  $\int \sin(2x) \cos\left(\frac{1}{2}x\right) dx$

(c)  $\int_1^2 \ln(2x) dx$

(d)  $\int_0^1 x^3 e^x dx$

(e)  $\int_0^{2\pi} \cos^2(x) dx$

**Probl. 2** Berechne die folgende Integrale von Hand (Substitution):

(a)  $\int x \sqrt{x^2 - 4} dx$

(b)  $\int \cos^5(x) \sin(x) dx$

(c)  $\int_0^1 x \sqrt{1 + x^2} dx$

(d)  $\int \sqrt{4 - x^2} dx$

(e)  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4 + x^2}} dx$

**Probl. 3** Verifiziere die Formel  $\frac{\sin^4(ab)}{4a^2} \leq \frac{b^2}{4} - \frac{\sin^2(2ab)}{16a^2}$  durch Anwendung der Schwarz'schen Ungleichung für die Ausdrücke  $\left(\int_0^b \cos(ax) \sin(ax) dx\right)^2$ ,  $\int_0^b \cos^2(ax) dx$  und  $\int_0^b \sin^2(ax) dx$

**Probl. 4** Berechne die folgende Integrale von Hand ( $\frac{f'(x)}{f(x)}$ ):

(a)  $\int \frac{x^2}{x^3 - 7} dx$

(b)  $\int \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 7} dx$

(c)  $\int \frac{2 \cos 2x + 4x + e^{-x}}{\sin 2x + 2x^2 - e^{-x} + 4} dx$

(d)  $\int \cot(x) dx = \int \frac{\cos x}{\sin x} dx$

**Probl. 5** Berechne die folgende Integrale von Hand (Partialbruchzerlegung):

(a)  $\int \frac{1}{x(x-1)} dx$

(b)  $\int \frac{x^4 - 16x - 3}{(x^2 + 1)(x - 1)^2(x + 2)} dx$

(c)  $\int \frac{x^4 - 16x - 3}{(x^2 + 1)(x - 1)^2} dx$

(d)  $\int -\frac{x^2 - 6x - 6}{x^2(x^2 + 3x + 3)} dx$

(e)  $\int \frac{90x^3 - 76x^2 - 25x + 19}{(2x - 1)(3x + 1)(5x - 3)} dx$