

Übungen in Analysis

◇ E+M 2 04 ◇

Probl. 1 Berechne numerisch das Integral $\int_{-1}^2 e^{-x^2} dx$ bei derselben Anzahl n Teilintervallen mit folgenden Methoden:

- (a) Rechtecksmethode
- (b) Trapezmethode
- (c) Simpson
- (d) Vergleiche das Resultat mit dem Resultat der Potenzreihenmethode bei demselben n .
- (e) Vergleiche das Resultat mit dem Resultat der Polynommethode bei demselben n , wobei das Polynom z.B. über dem Intervall $[-6, 6]$ berechnet wird.

Probl. 2 Stelle 3D-Plots sowie Höhenlinienkarten der folgenden Funktionen her (Darstellungen jeweils geeignet wählen und variieren):

- (a) $f(x, y) = \sin(x \cdot y)$
- (b) $f(x, y) = \sin(x + y)$
- (c) $f(x, y) = \sin(x) \cdot \sin(y)$
- (d) $f(x, y) = \sin(x) + \sin(y)$
- (e) $f(x, y) = \frac{x + y}{x^2 + y^2}$
- (f) $f(x, y) = \frac{x - y}{x^2 + y^2}$
- (g) $f(x, y) = \frac{x + y}{x^2 - y^2}$
- (h) $f(x, y) = \frac{x + y}{x^2 - y^2 + 2}$
- (i) $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - 2y^2}$
- (j) $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$
- (k) $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 + y^2}$
- (l) $f(x, y) = \arcsin(\sin(y)) \cdot \arctan(\tan(x))$
- (m) $f(x, y) = \arcsin(\sin(y)) + \arctan(\tan(x))$
- (n) $f(x, y) = \arcsin(\sin(y)) - \frac{\sin(x)}{\sqrt{1.0001 - \cos^2(x)}}$
- (o) $f(x, y) = -\frac{\arcsin(\sin(y)) \sin(x)}{\sqrt{1.0001 - \cos^2(x)}}$
- (p) $f(x, y) = x^2 + y^2$
- (q) $f(x, y) = x \cdot y$

$$(r) f(x, y) = x^2 + y^2 - x \cdot y$$

$$(s) f(x, y) = \frac{x \cdot y}{(x^2 + y^2)^2}$$

$$(t) f(x, y) = \frac{50}{3(x-1)^2 + 5(y+1)^2 + 10} + \frac{70}{2(x+1)^2 + 10(y-2)^2 + 10}$$

$$(u) f(x, y) = \frac{70 \left(\cos\left(\frac{k\pi}{20}\right) + 1 \right)}{2(x+1)^2 + 10(y-2)^2 + 10} + \frac{50 \left(\sin\left(\frac{k\pi}{20}\right) + 1 \right)}{3(x-1)^2 + 5(y+1)^2 + 10}, \quad k \text{ geeignet gew\u00e4hlt.}$$

$$(v) f(x, y) = e^{-x^2} \left(1 - \frac{y^2}{5} \right) \cos\left(\frac{x}{5}\right)$$

$$(w) f(x, y) = e^{-x^2} \left(2 - \frac{1}{2}(y-3)^2 \right) \cos\left(\frac{x}{5}\right)$$

$$(x) f(x, y) = 1 - e^{-x^2} \cos\left(\frac{x}{5}\right)$$

$$(y) f(x, y) = -\sin\left(\frac{1}{x^2 + 1} - xy^2\right)$$

Variiere die obigen Beispiele! (*L\u00f6sungen unter CM30.nb*)

Probl. 3 Stelle 3D-Plots sowie H\u00f6henlinienkarten der folgenden Funktionen her (Darstellungen jeweils geeignet w\u00e4hlen und variieren):

$$(a) f(x, y) = [x] + [y]$$

$$(b) f(x, y) = [x] - [y]$$

$$(c) f(x, y) = [x] \cdot [y]$$

$$(d) f(x, y) = [x] + [y]^2$$

$$(e) f(x, y) = [5 \sin(x) \cdot \sin(y)]$$

Variiere die obigen Beispiele! (*L\u00f6sungen unter CM30.nb*)