

Übungen in Analysis

◇ E+M 2 09 ◇

Nachbearbeitung des Tests:

Probl. 1 $f(x, y) = \sin(xy) + \sin(x)$, $D_f = \{(x, y) \mid x \in [0, \pi], y \in [-\pi, \pi]\}$

- Skizziere die Funktion (3D) und skizziere die Höhenlinienkarte.
- Ermittle die Punkte, in denen f ein Maximum oder ein Minimum annimmt.
- Berechne die Richtungsableitung im Punkte $(1, 1)$ in Richtung des Vektors $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.
- Berechne aus dem vorhin gewonnenen Resultat die Tangentensteigung im Punkte $(1, 1)$. Zeichne die Tangente in die Skizze ein.
- Über der Kurve $g(x, y) = y^2 - x = 0$ wird auf der Funktionsfläche ein Weg definiert. Berechne im angegebenen Definitionsbereich Punkte, in denen die Funktion maximale und minimale Werte annimmt.

Probl. 2 Gegeben ist die Gleichung $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} + \frac{10^4}{g+b}$, die durch Anfügen eines Korrekturterms aus der bekannten Abbildungsgleichung der geometrischen Optik entstanden ist. Es gemessen wurde $g = 14.28 \text{ cm} \pm 0.10 \text{ cm}$ und $b = 25.62 \text{ cm} \pm 0.25 \text{ cm}$.

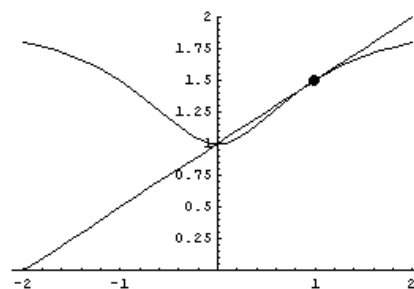
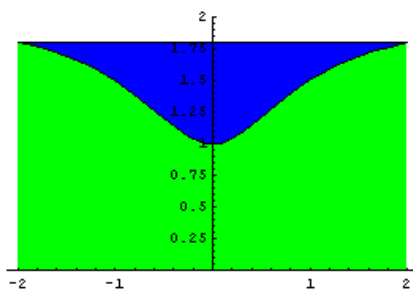
Berechne $f \pm \Delta f$ in cm und überlege anschliesend, ob der Ausdruck 10^4 im Korrekturterm vielleicht verwechselt worden ist und 10^{-4} sein müsste.

Probl. 3 Die nachstehende links Figur zeigt eine Rinne, welche mittels einer Funktion $f(x) = \frac{a_2 x^2 + a_1 x + a_0}{x^2 + b_0} - 2$ wiederzugeben ist. Rechts sieht man die Kurve mit einer Tangente im Punkte $(x = 1, y = f(1))$. Die Tangente hat die Funktionsgleichung $g(x) = \frac{x-1}{d} + \frac{3}{2}$, d aus der Skizze. Dazu ist $z = h(x) = 2$ Asymptote.

(f ist symmetrisch zur y -Achse (gerade Funktion). Zudem ist $f(0) = 1$ und $f(1) = 1.5$.)

Skizzen:

%



- (a) Vereinfache die Funktionsgleichung durch Ausnutzung der Symmetrie und $f(0) = 1$, $f(1) = 1.5$, so dass $f(x)$ keine weiteren Parameter mehr enthält.
- (b) Berechne den Inhalt der in der Skizze gezeigten Querschnittsfläche zwischen der Kurve und der horizontalen Gerade zwischen den Punkten $P(-2/f(-2))$ und $P(2/f(2))$.
- (c) Berechne den Volumeninhalt der entsteht, wenn die eben berechnete Querschnittsfläche zwischen der Kurve und der horizontalen Gerade um die x -Achse rotiert wird.