

# Übungen in Analysis

◇ E+M 2 11 ◇

Für die folgenden Aufgaben ist notfalls ein Computer zu verwenden (Skizze!):

**Probl. 1** Gegeben ist die Differentialgleichung  $y' = x \cdot y^3$ :

- (a) Skizziere das Richtungsfeld der Differentialgleichung.
- (b) Löse die Differentialgleichung durch Separation.
- (c) Skizziere einige Lösungskurven.
- (d) Berechne die Integralkurve durch den Punkt  $(1, 1)$
- (e) Skizziere die Isoklinen.
- (f) Fasse alle gemachten Skizzen in einer Skizze zusammen.

**Probl. 2** Wo existiert die Lösung von  $y'(x) = (1 + 3(y(x) - x)^2)^{\frac{1}{3}}$  eindeutig?

- (a) Versuche numerisch eine Schar von Lösungskurven mit einer Maschine zu plotten und beurteile anhand der Skizze die Eindeutigkeit der Lösungen.
- (b) Untersuche die Lipschitzbedingung in der Nähe von  $y = x$ .

**Probl. 3** Löse die nachfolgenden Differentialgleichungen mittels Separation und skizziere die Lösungen:

- (a)  $y'(x) = xy(x)$ ,  $y(1) = 1$
- (b)  $y'(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(y(x))}$ ,  $y(0) = 1$
- (c)  $y'(x) = \frac{x^4}{y(x)}$ ,  $y(1) = 2$

**Probl. 4** Löse die nachfolgenden Differentialgleichungen und skizziere die Lösungen:

- (a)  $y'(x) = 4x + 7y(x) + 3$ ,  $y(-1) = 7$
- (b)  $y'(x) = \frac{y(x) + 1}{x} + 3$ ,  $y(1) = 7$
- (c)  $y'(x) = -\frac{\cos(y(x)x + x)(y(x) + 1) + 1}{x \cos(y(x)x + x)}$ ,  $y(\frac{1}{2}) = 1$