

# Übungen in Analysis

◇ E+M 2 12 ◇

Für die folgenden Aufgaben ist notfalls ein Computer zu verwenden (Skizze!):

## Probl. (1) Exakte Differentialgleichungen:

- (a) Gegeben ist  $(2xy^3 + 9x^2y + 3x^2)dx + (3x^3 + 3y^2x^2 - 2y + 1)dy = 0$  (Differentialgleichung).
- Löse die Differentialgleichung (falls notwendig mit einer Maschine, eventuell in der Form  $y'(x) = -\frac{2xy^3 + 9x^2y + 3x^2}{3x^3 + 3y^2x^2 - 2y + 1}$ ).
  - Skizziere eine Serie von Lösungskurven.
- (b) Entscheide, ob es sich bei  $y'(x) = -\frac{2xy^3 + 9x^2y + 3x^2}{3x^3 + 3y^2x^2 - 2y + 1}$  um eine exakte Differentialgleichung handelt.
- (c) Skizziere die Lösungskurve des AWP  $y'(x) = -\frac{2xy^3 + 9x^2y + 3x^2}{3x^3 + 3y^2x^2 - 2y + 1}$ , AW  $y(2) = -0.25$ . Verwende notfalls die Maschine.
- (d) Gegeben ist  $(2xy^3 + 9x^2y + 3x^2 + x)dx + (3x^3 + 3y^2x^2 - 2y + 1)dy = 0$  (Differentialgleichung).
- Löse die Differentialgleichung.
  - Skizziere eine Serie von Lösungskurven.

## Probl. (2) Lineare Differentialgleichungen:

- (a)
  - Löse die Differentialgleichung  $y''(x) - xy'(x) + 2y''(x) = 0$ .
  - Skizziere eine Serie von Lösungskurven des AWP's  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$ , Intervall  $[-5, 5]$ .
- (b)
  - Löse die Differentialgleichung  $y''(x) + xy'(x) + 2y''(x) = 0$ .
  - Skizziere eine Serie von Lösungskurven des AWP's  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$ , Intervall  $[-5, 5]$ .
- (c)
  - Löse die Differentialgleichung  $y''(x) + xy'(x) + 2y''(x) = x$ .
  - Skizziere eine Serie von Lösungskurven des AWP's  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$ , Intervall  $[-5, 5]$ .
- (d)
  - Löse die Differentialgleichung  $y''(x) + xy'(x) + 2y''(x) = x^2$ .
  - Skizziere eine Serie von Lösungskurven des AWP's  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$ , Intervall  $[-5, 5]$ .
- (e)
  - Versuche, die Differentialgleichung  $y''(x) + y'(x) + x^2y''(x) = 0$  zu lösen.
  - Skizziere eine Serie von Lösungskurven des AWP's  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$ , Intervall  $[-5, 5]$ .
- (f)
  - Versuche, die Differentialgleichung  $y''(x) + xy'(x) + x^2y''(x) = 0$  zu lösen.
  - Skizziere eine Serie von Lösungskurven des AWP's  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$ , Intervall  $[-5, 5]$ .

- (g) i. Versuche, die Differentialgleichung  $y''(x) + x^2 y'(x) + x^2 y''(x) = 0$  zu lösen (mit einer Maschine, falls es geht).  
 ii. Skizziere eine Serie von Lösungskurven des AWP's  $y(0) = 1, y'(0) = 1$ , Intervall  $[-5, 5]$ .
- (h) i. Versuche, die Differentialgleichung  $y''(x) + x y'(x) + \cos(x) y''(x) = 0$  zu lösen (mit einer Maschine, falls es geht).  
 ii. Skizziere eine Serie von Lösungskurven des AWP's  $y(0) = 1, y'(0) = 1$ , Intervall  $[-5, 5]$ .

**Probl. (3)** Löse die nachfolgenden Differentialgleichungen (AWP) und skizziere falls möglich die Lösung:

- (a)  $y''(x) + a y'(x) + b y(x) = 0$   
 (b)  $y'(x) + y(x) = 0, y(0) = 1$   
 (c)  $y''(x) + y'(x) + y(x) = 0, y(0) = 1, y'(0) = 1$   
 (d)  $y''(x) - y'(x) + y(x) = 0, y(0) = 1, y'(0) = 1$   
 (e)  $y''(x) + y'(x) - y(x) = 0, y(0) = 1, y'(0) = 1$   
 (f)  $y''(x) + y'(x) - y(x) = x, y(0) = 1, y'(0) = 1$   
 (g)  $y''(x) + y'(x) - y(x) = x^5, y(0) = 1, y'(0) = 1$   
 (h)  $y''(x) + y'(x) - y(x) = \cos(x), y(0) = 1, y'(0) = 1$   
 (i)  $y''(x) - y'(x) - y(x) = \cos(x), y(0) = 1, y'(0) = 1$   
 (j)  $y''(x) - y'(x) - y(x) = x + \cos\left(\frac{x}{5} + 1\right), y(0) = 1, y'(0) = 1$   
 (k)  $y''(x) - y'(x) - 2y(x) = x + \cos\left(\frac{x}{5} + 1\right), y(0) = 1, y'(0) = 1$   
 (l)  $y'''(x) + y''(x) - y'(x) - 2y(x) = x, y(0) = 1, y'(0) = 1, y''(0) = -1$