

# Übungen in Analysis

◇ E+M 2 14 ◇

---

Für die folgenden Aufgaben ist notfalls ein Computer zu verwenden (Skizze!):

**Probl. (1) Anfangswertprobleme:**

- (a) i. Evaluierung einer Lösung, welche näher untersucht werden soll:

Löse die Differentialgleichung

$$y''(x) + k_1 y'(x) + k_2 y(x) = \cos(k_3 x - 1), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0,$$
$$k_1, k_2 \in \{-1, \dots, 1\}, \quad k_3 \in \{-3, \dots, 3\}.$$

Skizziere die Lösungen für  $x \in [0, 15]$

- ii. Untersuche die folgende Lösung näher:

$$y''(x) + y'(x) + 2y(x) = \cos(-3x - 1), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1.$$

A. Skizziere die exakte Lösungen für  $x \in [0, 25]$ .

B. Skizziere die numerische Lösungen für  $x \in [0, 25]$  (Runge-Kutta).

C. Überlagere die beiden Skizzen und beurteile das erhaltene Resultat.

==> Rückseite! %

**Probl. (2) Randwertprobleme, Eigenwertprobleme:**

- (a) Löse das Randwertproblem (Eigenwertproblem)

$$y''(x) = -\lambda y(x), \quad y(0) = 0, \quad y(\pi) = 0.$$

- (b) Teste, ob auch andere Eigenfunktionen Lösungen sind:
- $y(x) = \sin(\sqrt{\lambda}x)$

i. Was ist für  $\lambda \in \mathbb{R}$ ?ii. Was ist für  $\lambda \in \mathbb{Z}$ ?

- (c) Löse das Eigenwertproblem für den Eigenwert
- $\lambda = 1$
- , falls dies möglich ist.

- (d) Löse das Randwertproblem

$$y''(x) + y'(x) + 2y(x) = \sin(x), \quad y(0) = 0, \quad y'(\pi) = 0$$

- (e) Löse das Randwertproblem

$$y''(x) + y'(x) + 2y(x) = \sin(x), \quad y(0) = 0, \quad y'(\pi) = 1$$

- (f) Löse das Randwertproblem

$$y''(x) + y'(x) + 2y(x) = \sin(x), \quad y(0) = 1, \quad y(\pi) = 0$$

- (g) Löse das Randwertproblem

$$y''(x) + y'(x) + 2y(x) = \sin(x), \quad y(0) = 1, \quad y(\pi) = 1$$

- (h) Löse das Randwertproblem

$$y''(x) + y'(x) = y(x), \quad y(0) = 1, \quad y(\pi) = 1$$

- (i) Löse das Randwertproblem

$$y''(x) + y'(x) = y(x), \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 1$$

- (j) Löse das Randwertproblem

$$y''(x) = -y(x), \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 1$$