

Übungen in Analysis 3

◇ M2 05 ◇

Laplace-Transformationen

Probl. 1 Gegeben ist die Differentialgleichung

$$y''(t) + \omega y(t) = \sin(t), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$$

- Berechne die Laplace-Transformierte dieser Gleichung.
- Löse die Gleichung im Bildbereich nach $Y(s)$ auf.
- Berechne durch Rücktransformation der Lösung $y(t)$.
- Setze $\omega = \frac{1}{2\pi}$ und erstelle damit einen Plot der Lösung.
- Was fällt auf an diesem Plot bezüglich Periodizität?

Probl. 2 Bestimme die Laplace-Transformierten der folgenden Funktionen:

(a)

$$f(t) = \cos(t) \text{ für } t \geq \frac{\pi}{2}, \quad \cos(t) = 0 \text{ für } t < \frac{\pi}{2}$$

(b)

$$f(t) = e^{t \cdot \frac{\pi}{2}} \cdot \cos(t)$$

(c)

$$f(t) = t^3 \cdot \cos(t)$$

(d)

$$f(t) = \frac{\sin(2t)}{t}$$

(e)

$$f(t) = \frac{\cos(t-1)}{t}$$

(f)

$$f(t) = \int_{\lambda=0}^{\lambda=t} \sin(\lambda) \cos(t-\lambda) d\lambda$$

(g)

$$f(t) = t - [t]$$