

Übungen in Analysis 3

◇ M2 06 ◇

Laplace-Transformationen und Rücktransformationen

Probl. 1 Gegeben sind die Funktionen:

(a) $f(t) = t \cdot \sin(t)$

(b) $f(t) = \frac{1}{t} \cdot \sin(t)$

(c) $f(t) = \int_0^t \frac{1}{\tau} \cdot \sin(\tau) d\tau$

Untersuche, was sich über die folgenden Grenzwerte sagen lässt:

(a) $\lim_{s \downarrow 0} s \cdot F(x)$

(b) $\lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot F(x)$

Probl. 2 Bestimme die Laplace-Rücktransformierten der folgenden Funktionen:

(a) $F(s) = \frac{6s + 2}{2s^2 + 4s + 8} \Rightarrow f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = ?$

(b) $F(s) = \frac{2}{2s^2 + 4s + 8} \Rightarrow f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = ?$

(c) $F(s) = \frac{6s - 2}{2s^2 - 4s - 8} \Rightarrow f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = ?$

(d) $F(s) = \frac{6s - 2}{(2s^2 + 4s + 8)^2} \Rightarrow f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = ?$

Probl. 3 (a) $F(s) = \frac{3s + 4}{s^2 + 2s - 3} \Rightarrow f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = ?$

(b) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2}{s+2} - \frac{2s}{s^2+16} + \frac{3}{s^2+15}\right\} = ?$

(c) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+4s+3}\right\} = ?$

(d) $\mathcal{L}^{-1}\left\{e^{-\frac{\pi}{4}s} \cdot \frac{s}{s^2-4}\right\} = ?$

(e) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2s-6}{s^2+4s-20}\right\} = ?$

(f) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s(s^2-\omega^2)}\right\} = ?$

(g) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{2s^2-2s}\right\} = ?$