

Übungen in Analysis 3

◇ M2 08 ◇

Differentialgleichungen und Laplace-Transformationen: Deltafunktion u.s.w.

Probl. 1 Sei $\delta(x)$ die Dirac-Deltafunktion und $h(x)$ der dazugehörige Einheitssprung:

$$h(x) = \int_{-\infty}^x \delta(t) dt$$

- (a) $\int_{-3\pi}^{-3\pi} \delta(x) dx = ?$
- (b) $\int_{-3\pi}^{-3\pi} \delta(x) \cdot e^{x+1} dx = ?$
- (c) $\int_{-3\pi}^{-3\pi} \delta(x - \frac{\pi}{2}) \cdot \sin(x) dx = ?$
- (d) Skizziere die Funktion $u(x) := h((x+1)(x-1)(x-2))$.
- (e) $\int_{-3}^5 h(x) dx = ?$
- (f) Skizziere die Funktion $h(1 - x^2 - y^2)$.

Probl. 2 Löse die folgende Differentialgleichung und stelle die Lösung graphisch dar:

- (a) $y''(t) + y'(t) + y(t) = \delta(t), \quad y(0) = 1, y'(0) = 1$
- (b) $y''(t) + y'(t) + y(t) = \delta(t) + \delta(t-1) + \delta(t-2), \quad y(0) = 1, y'(0) = 1$
- (c) $y''(t) + y'(t) + y(t) = h(t), \quad y(0) = 1, y'(0) = 1$
- (d) $y''(t) + y'(t) + y(t) = h(t) + h(t-1) + h(t-2), \quad y(0) = 1, y'(0) = 1$