

Übungen in Analysis 4

◇ M2 04 ◇

Gibbs und DFT:

Probl. 1 Auf dem Intervall zwischen $-\pi$ und $+\pi$ ist die 2π -periodische Funktion $f(x) = x^2$. Ermittle heuristisch den Overshoot (Gibbs-Phänomen) bei der Fourierreentwicklung!

Probl. 2 Generiere eine Serie von Messwerten mittels der Funktion $f(t) = e^{\cos(t)} + \sin^2(t)$, $T = 2\pi$, $n = 16$, $t_k = k \cdot \frac{2\pi}{n}$, $k = 0, 1, \dots, n-1$. Berechne mit Hilfe der DFT damit als Approximation an die gegebenen Funktion ein trigonometrisches Polynom. Vergleiche die Graphen der wirklichen Funktion und der Approximation.

Probl. 3 Gegeben sind die Messwerte:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.309	0.588	0.809	0.951	0.99	0.951	0.809	0.588	0.309

Verwende die DFT, um daraus eine Fourierreihe zu machen. Zeichne die Funktion in das Diagramm der Messwerte ein.

Probl. 4 Gegeben sind die Messwerte:

x	0	.05	1.12	1.6	2.3	2.8	3.0	3.9	4.7	5.4
y	14.2	12.8	12.9	7.4	6.7	9.5	9.8	9.3	10.2	11.5
x	5.6	6.6	6.9	7.3	7.7	8.2	8.5	8.8	9.1	9.9
y	15.2	15.6	16.7	16.4	16.7	14.1	13.2	10.5	11.8	13.9

Verwende die DFT, um daraus eine Fourierreihe zu machen. Zeichne die Funktion in das Diagramm der Messwerte ein.

Problem: Was stellt man fest, das man nicht akzeptieren kann?

Probl. 5 Nimm die Daten der vorherigen Aufgabe, ersetze aber die x -Werte durch

$$k \cdot \frac{2\pi}{n}, \quad k = 0, \dots, n-1.$$

Führe mit diesen Daten die DFT durch. Was stellt man jetzt fest?

Probl. 6 (a) Studiere im Skript die FFT!

(b) Überlege dir, ob man diese Methode auf eines der beiden obigen Beispiele anwenden könnte.

(c) Suche in der Literatur ein Beispiel mit gerechneten Werten für die FFT.

(d) Suche auch Befehle in Mathematik-Programmen für den Computer, die die FFT anbieten.