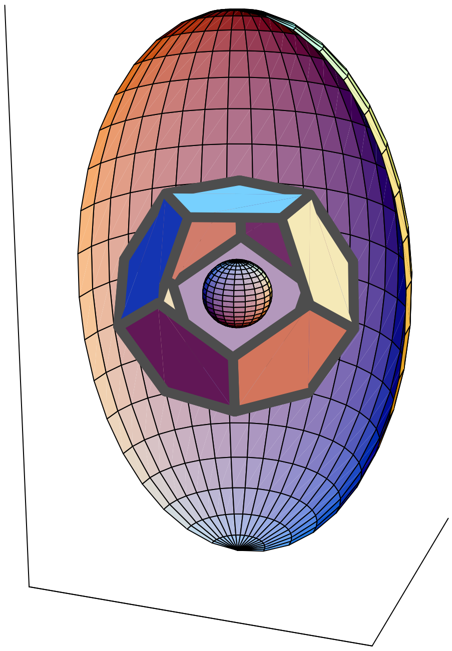
◇ Grundlagen Physik für Ingenieure
◇ Relativitätstheorie und mehr ◇
◇ Crash-Kurs H_20 ◇



von

Rolf Wirz

Ingenieurschule Biel / BFH–AHB / BFH–TI

Unveränderter Auszug aus einem Skript aus dem Jahre 2000

V.1.0 d 21. März 2010 **Deutsche Version, nicht übersetzt**

WIR/NeXT / Win98 / Win XP /93/01/05/09/ 10 RelarivitaetstheorieArch.TEX

Hilfen für die Grundlagen der Physik.
Produziert mit LaTeX auf NeXT-Computer/ PCTeX WIN98 / Win XP.

Einige Graphiken der Skriptreite des Autors sind auch mit *Mathematica* entstanden.

Wer den Kaktus nicht kennt, sieht etwas zwischen einem Igel und einem Gestrüpp. Wer ihn schon einmal angefasst hat, weiss von den Stacheln in seiner Hand...

Erfahrungsweisheit

Aktuelle Adresse des Autors (2007):

Rolf W. Wirz-Depierre
Prof. für Math.
Berner Fachhochschule (BFH), Dep. AHB und TI
Pestalozzistrasse 20
Büro B112 CH–3400 Burgdorf/BE
Tel. ++41 (0)34 426 42 30 / intern 230
Mail: Siehe http://rowicus.ch/Wir/indexTotalF.html unter „Koordinaten von R.W.“
(Alt: Ingenieurschule Biel (HTL), Ing'schule des Kt. Bern, Fachhochschule ab 1997) // BFH HTA Biel // BFH TI //

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung und Voraussetzung

Liebe Leserin, lieber Leser

Dieses Skript soll es dem Leser ermöglichen, sich rasch ein einführendes Verständnis zum angegebenen Thema zu machen.
Der vorliegende Text ist etwa um das Jahr 2000 entstanden aus dem Anliegen heraus, fachfremden und mathematisch wenig geschulten Studierenden einen Überblick über das moderne Weltbild zu ermöglichen.

Im Winter März 2010 Der Autor

Kapitel 2

Theorien der Mathematik und Physik mit prägendem Einfluss

Hier geht es um den Problemkreis der Entwicklung von Mathematik, Physik und Weltbild sowie um einige Entdeckungen, die das Weltbild verändert haben. Dies mag ein Anstoss sein zum Nachdenken über deren Einfluss auf das gestalterische Tun, Denken und Empfinden in den „bildenden Künsten".

2.1 Gelehrte der Antike

Hier sind kurz diejenigen Gelehrten aufgeführt, die für die in unserem Rahmen besprochenen Weltbilder besonders wichtig sind.

2.1.1 Ägypten, altes Reich

Ca. 2600 v. Chr.: Nach der Legende empfängt der Baumeister der ersten Pyramide bei Sakkara Imohtep die Elle vom Gotte Ptah, dem Gott der Handwerker (altes Reich).
Ca. 1800 v. Chr.: Papyrus Rhind, vermutlicher Versuch zur Berechnung von π mit Hilfe des „goldenen Schnittes"...

2.1.2 Schule des Pythagoras

Pythagoras lebte ca. 580–500 v. Chr. Er ist der Gründer des Ordens der Pythagoräer. Aus diesen Kreisen stammt die Entdeckung der pythagoräischen Zahlentrippel sowie die Tatsache der Existenz inkommensurabler Strecken. Damit waren die irrationalen Zahlen entdeckt. Der innere Kreis der Pythagoräer, die Mathematiker, verstanden Herleitungen und Resultate ihrer Mathematik. Der äussere Kreis, die Akusmatiker, hatten nur zu den Resultaten zugang. Im Gegensatz dazu hatten Bauleute vermutlich wenige abstrakte mathematische Kenntnisse, verstanden aber ihr Metier und damit auch die konkrete Geometrie. Ihre Konstruktionen waren oft nach dem Mass des Menschen, eingebettet im Kosmos.

2.1.3 Platon

Platon lebte ca. 429–348 v. Chr. Er gilt als einer der wesentlichsten Philosophen der Geschichte. Sein Lehrer war Sokrates, sein Schüler Aristoteles. Er ordnet das Reich der Erkenntnisse: Da gibt es die sinnlich–sichtbaren Dinge, daneben aber das Reich der Ideen, wo die mathematischen Begriffe einzuordnen sind. Die Mathematik ist ein bedeutendes Mittel zur Erforschung des Reiches der Ideen, welche durch den Staat gefördert werden müsste. Damit ist die wahrnehmbare Realität eingeteilt in die sinnlich wahrnehmbare, äussere Realität und die geistige Realität, das heisst das Reich der Ideen.

2.1.4 Aristoteles

Aristoteles (384–322 v. Chr.) war ebenfalls einer der wesentlichsten Philosophen. Auf ihn stützten sich lange Zeit die Naturwissenschaften. Er gilt auch als Vater der Logik. Er stellte fest, dass schwere Körper schneller fallen als leichte Körper. Es ist auch offensichtlich, dass eine leichte Vogelfeder nicht so rasch zu Boden fällt wie eine Bleikugel. Für Fragen nach dem Luftwiderstand und nach der Existenz des Vakuums war die Zeit damals noch nicht reif.
Für Aristoteles war die Erde das Zentrum des Kosmos; sie war klein und ruhend. Um sie bewegten sich die Planeten auf Kreisbahnen. Von Aristoteles kennen wir auch die Lehre der vier Elemente. Interessanterweise hat Geist (griech. „pneuma“) auch die Bedeutung des Elementes Luft (Nicht zu verwechseln mit „Anima“ oder „Psyche“). Das fünfte Element ist die „quinta Essenzia“. Den Elementen sind die platonischen Körper zugeordnet worden.

2.1.5 Euklides von Alexandria

Euklid lebte um 300 v. Chr. Er hat in seinen Elementen (13 Bücher) ein Sammelwerk mathematischen Wissens zusammengetragen, das erstmals in der Wissenschaftsgeschichte nach der Methode der strengen Axiomatik aufgebaut ist. Ziel des Werkes ist es, aus wenigen plausiblen Grundannahmen (Definitionen, Axiomen und Postulaten) heraus streng logisch–deduktiv zu zeigen, dass es an regelmässigen Körpern nur die bekannten fünf platonischen Körper gegen kann. (Definitionen sind Begriffserklärungen, Axiome sind allgemeine plausible, Aussagen, die am Beginn einer Theorie stehen, und Postulate sind z.B. Aussagen über Möglichkeiten von Konstruktionen.)
Bei Euklid wird offenbar, dass es kein Naturgesetz gibt, welches besagt, dass jede Sicht der Realität einfach zu sein hat. Denn ohne seine Elemente gab es keine Lösung des Problems der platonischen Körper. Und eine einfachere Lösung war nicht zu haben, auch für den König nicht...

Die **Antworten Euklids** *zur Frage der Vereinfachung der Weltsicht (Reduzierbarkeit eines Denksystems) und dem Sinn deduktiver Systeme:*
Euklid wagte es seinem König Ptolemaios zu sagen, dass es keinen Königsweg zur Geometrie gibt. Noch heute hört man oft die Frage des Königs aus dem Munde von Zeitgenossen: „Kann man das nicht einfacher machen?“
Ein Schüler fragte den Euklid, was er denn verdienen könne, wenn er diese Dinge lerne. Euklid soll darauf einen Sklaven gerufen haben mit der Aufforderung: „Gib ihm drei Obolen; der arme Mann muss Geld verdienen mit dem was er lernt.“
Frei übersetzt heisst das: „Sind sie jemand, oder arbeiten sie für Lohn?“ Noch heute hört man oft die Frage des Schülers aus dem Munde von Zeitgenossen: „Wo kann man das gebrauchen?“

An den beiden Fragen an Euklid hat sich seit ca. 2000 Jahren nichts geändert. Sie stehen am Tor zur Schule der Bildung des Denkens. Der König ging wohl von der Idee aus, dass sich die Schwierigkeiten der Realität nach seinem Massstab zu richten hätten: Eine Mischung von Hochmut und Paranoia. Auch den Schüler hat die Idee geleitet, dass sein momentanes Denkniveau die Beurteilungsgrundlage des Sinnes der Dinge sei. Daher hat er gewagt zu urteilen: Er hat sich darauf für befähigt gefühlt, die Brauchbarkeit und daher die Güte einer Sache einsehen zu können, ohne sich die dafür notwendigen methodischen Denkkompezenten und Erfahrungsgrundlagen angeeignet zu haben. Da liegt der Schluss nicht weit, dass alles, was nicht sofort als brauchbar erkennbar ist, daher schlecht sein muss. Speziell also wäre eine Denkschule schlecht...
Interessant in diesem Zusammenhang ist die Zielsetzung der hierzulande aus den Nöten der industriellen Revolution um ca. 1750 geborenen Volksschule: Lesen, schreiben, rechnen sind die vielgepriesenen grossen Kulturleistungen. Die Ausbildung des Denkens fehlt (z.B. Ausbildung von Kompetenzen wie Ziele setzen, urteilen und beurteilen, Massstäbe hinterfragen...). Sie war dem Gymnasium vorbehalten, gehörte nicht in die Schule des Volks... Und noch heute kann man beobachten: Viele, die mekern gelernt haben meinen, sie hätten auch denken gelernt...

2.1.6 Archimedes von Syrakus

Archimedes lebte ca. 287–212 v. Chr. Er gilt bei uns als Vater der technischen Hochschulen. Noch erhaltene Schriften sind: Methodenlehre, Quadratur der Parabel (einfache Integration!!), über Kugel und Zylinder, über Spiralen, über Konoide und Sphäroide, das Buch der Lemmata, die Konstruktion des regulären Siebenecks, die Sandzahl, vom Gleichgewicht ebener Flächen, von den schwimmenden Körpern (Gesetz des Archimedes!), teilw. über Kreismessung (Abschätzung von π).

2.1.7 Erathostenes von Kyrene

Erathostenes lebte von ca. 276 – 194 v. Chr. und war u.a. Leiter der Bibliothek in Alexandria. Be-kannt ist das Sieb des Erathostenes zur Auffindung der Primzahlen, seine Lösung des delischen Problems (Kubusverdoppelung, mit Zirkel u. Lineal alleine nicht möglich) und seine Berechnung des Erdumfanges. (Die Erde ist keine Scheibe mehr, sondern sie ist eine Kugel.)

2.1.8 Vitruv

Vitruv lebte vermutlich von 80-70 v.Chr. bis ??. Sein uns bekanntes Werk umfasst 10 Bücher. Es ist vermutlich um 33 – 20 v. Chr. entstanden.

1. Buch 1: Ausbildung des Architekten und architektonische Grundbegriffe
2. Buch 2: Baumaterialien
3. Buch 3: Tempelbau
4. Buch 4: Tempelbau
5. Buch 5: öffentliche Gebäude
6. Buch 6: Privathäuser
7. Buch 7: Privathäuser
8. Buch 8: Wasserleitungen
9. Buch 9: Astronomie
10. Buch 10: Maschinen

2.1.9 Ptolemaios

Ptolemäus (ca. 90–160 n Chr.) war der Lehrer des geozentrischen „ptolemäischen“ Weltbildes, das bis zu Kopernikus (ca. 1500) weit verbreitet war. Ptolemäus wusste schon, dass die Planeten manchmal langsamer und manchmal schneller laufen. Sonne und Mond bewegten sich auf Kreisbahnen, die Sonne in der Ekliptik. Um die Planetenbewegungen zu erklären, genügten Kugelsphären nicht mehr. Da griff die Epizyklentheorie: Die Planeten bewegten sich auf Kreisbahnen um einen jeweils zentralen Punkt der grossen Planetensphären. Man war also gezwungen, Sphären auf den Sphären einzuführen.

2.1.10 Rom

Roms Leistung war der Staat, die rechtsbasierte Organisation und die grandiose Technik. Die Wissenschaften scheinen davon eher erdrückt worden zu sein — vielleicht ist auch vieles verloren gegangen. Jedenfalls ist das heutige Erbe eher beschränkt.

2.2 Nachantike, Mittelalter

Vor dem Zusammenbruch des Römerreiches im Westen war der Hauptschauplatz der Kultur der östliche Teil des Römerreiches mit den Zentren Alexandria und Athen. In diesem Teil der Welt wurde die Kultur auch weiterhin „bewahrt“, wenn auch nicht unbedingt sehr viel weiter entwickelt. Im Westen hingegen lief nicht mehr viel auf mathematisch–naturwissenschaftlichem Gebiet. Das Feld gehörte der Theologie und der Scholastik. Erst im Hoch– und Spätmittelalter begann der Kontakt mit der Antike wieder, zur Hauptsache über die spanischen Mauren. Wegen unseres Rahmens verzichten wir hier darauf, auf einzelne Gelehrte einzugehen. Wichtig ist der Einfluss des Falls von Byzanz 1453: Der Einfluss griechischer Gelehrter begann in Italien zu wirken. . .

2.2.1 Albertus Magnus

Albertus Magnus (1193 – 1280 zu Köln), Dominikaner, Provinzial, Bischof von Regensburg, Scholastiker, Lehrer an europäischen Hochschulen. Er war der grosse Lehrer und Verbreiter des Aristoteles und Kenner der Naturwissenschaften. Heimlich soll er bereits damit begonnen haben zu experimentieren: Die Natur wird hier befragt auf der Grundlage des Glaubens an die Erfahrung, im Gegensatz zur Befragung der Schrift auf der Grundlage des Glaubens an die Schrift. Er war Lehrer des Ulrich von Strassburg und des Thomas von Aquin.

2.2.2 Fibonacci

Leonardo Fibonacci lebte von 1170 (Pisa) bis nach 1240. Erwähnenswert: Arabische Zahlen, Dezimalsystem, zahlentheoretische Beiträge.

2.3 Renaissance, Barock, Mechanik, neue Himmelskörper

In der Renaissance beginnt wieder stärker die Beschäftigung mit Geometrie, auch der Malerei (Perspektive) wegen (aber auch auch wegen der neuen Kriegstechnik mit Artillerie). Erwähnenswert sind die Schriften von Pacioli (De Divina Proportione, 1509, illustriert von Leonardo). Pacioli ist einer der grossen Vertreter des Humanismus und der Mathematik am Hofe der Montefeltre in Urbino, wo Raffaels Vater Hofmaler war (. . . „Lehrer“ Raffaels). Weiter: Albrecht Dürer (1471–1528, Proportionenlehre, 1528). — Von Michelangelo berichtet sein Schüler Condivi nur von einem einzigen Buch, dass der Meister stets um sich hatte: Dürers Proportionenlehre. Doch Dürers Figuren seien „starr wie Pfähle“. (Über Michelangelo haben wir Kunde von Vasari, Zeitgenosse und erster Kunstkritiker, und in einer Gegendarstellung von Condivi als Schüler. Nach denselben Quellen soll Michelangelo über seine Zeitgenossen geurteilt haben, sie hätten den Zirkel in der Hand statt im Auge. Kein Wunder: Aufgewachsen beim Steinbruch musste in seiner „Lehre“ sehr, sehr lange das Zeichnen üben.)

Wichtige Ereignisse: 1453 Fall von Byzanz, Ende Ostroms. 1468 Gutenberg erfindet den Buchdruck mit beweglichen Lettern. 1492 Entdeckung Amerikas, Ende der Rekonquista. Um 1517 Beginn der Reformation.

2.3.1 Kopernikus

Nikolaus Kopernikus lebte von 1473–1543. Er propagierte das heliozentrische Weltbild, wagte aber sein Werk zu Lebzeiten nicht zu veröffentlichen. Im Zentrum des Kosmos steht die Sonne. Erde und Planeten kreisen auf Kreisbahnen um sie. Der Mond läuft auf einer Kreisbahn um die Erde. Kopernikus fand offenbar auch Sätze der Geometrie und der Trigonometrie.

2.3.2 Galilei

Galileo Galilei lebte von 1564–1642. Er stellte zum Fallgesetz des Aristoteles ein Gedankenexperiment an, das in einen Widerspruch mündet: Lassen wir einen leichten, langsam fallenden Körper fallen und anschliessend einen schweren, schneller fallenden Körper auf exakt derselben Bahn, so muss der schwerere, schnellere den leichteren, langsameren bald einmal einholen. Weil der leichtere langsamer ist, muss er den schwereren und schnelleren beim Zusammenstoss abbremsen. Das heisst, dass beide Körper dann zusammen (zusammenklebend) langsammer sind als der schnellere Körper. Andererseits ist das Ganze dann aber schwerer als der anfängliche, schwerere Körper. Somit muss das Ganze auch schneller fallen. Somit fällt das Ganze zugleich langsamer und schneller! Dieser Widerspruch lässt sich dadurch beseitigen, dass man das Fallgesetz des Aristoteles verwirft. Aristoteles anzuzweifeln war damals jedoch eine gefährliche Sache!
Galilei fand auch das heute bekannte Fallgesetz. Lässt man eine Kugel eine schiefe Ebene herunterrollen, so nimmt ihre Geschwindigkeit linear zu. Die Geschwindigkeitszunahme pro Zeitdifferenz ergibt eine Konstante: Die Beschleunigung ist gefunden. Mit diesem Begriff beginnt für die Wissenschaftshistoriker die Neuzeit, denn erstmals ist hier etwas theoretisch gedacht worden, das die Antike noch nicht konnte: Mit Hilfe des abstrachten Begriffs der Geschwindigkeit (Verhältnis von Weg– zu Zeitdifferenz) ist ein neuer abstrakter Begriff definiert worden, die Beschleinugung nämlich als Verhältnis von Geschwindigkeits-differenz zu Zeitdifferenz. Das hier eingegangene Prinzip der doppelten Abstraktion scheint der Antike fremd gewesen zu sein.
Von Galilei stammt auch der Trägheitssatz. Ohne Einwirkung einer äusseren Kraft bleibt ein Körper im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung. Systeme, in denen dieser Satz gilt, heissen Inertialsysteme.
Weiter hat Galilei sein Fernrohr erfunden und damit erstmals in der Weltgeschichte neue Himmelskörper entdeckt, nämlich die Jupitermonde. Der damalige, dem geozentrischen Weltbild verhaftete Klerus hat diese Interpretation jedoch abgelehnt: Das was er da sähe in seinem Fernrohr, das sei nur Dreck, bekam er zu hören. Bekannt ist auch der Galileiprozess vor der Inquisition. Im mittelalterlichen Weltbild mit den Planetensphären sah man Gott als Energielieferanten, der die Bewegungen der Sphären aufrecht erhielt. Damit war ein

Existenzbeweis Gottes gegeben. Wer das Weltbild anzweifelte, entzog der darauf gebauten Sicherheit die Grundlage. Das musste Gotteslästerung sein...
Von Galilei ist auch die Einsicht überliefert, dass die geraden Zahlen und die natürlichen Zahlen sich bijektiv aufeinander abbilden lassen, sie also gleichmächtig sind. (Galileische Paradoxie.)

2.3.3 Tycho Brahe

Tycho Brahe (1546 - 1601) beobachtete einen Kometen (1577) und einen neuen Stern (1572, Super Nova). Seine astronomischen Messungen übertraffen erstmals den antiken Ptolemaios an Genauigkeit. Die Zeit ist bei Tycho auf die Minute und der Ort (Winkel) auf die Viertelminute genau festgehalten.

2.3.4 Jost Bürgi

Der „Ostschweizer“ Jost Bürgi (1552 – 1632) gilt als einer der Erfinder der Logarithmentafeln. Er konstruierte im Umfeld des Hofes von Kaiser Rudolf II von Habsburg in Prag eine Uhr mit bisher in unserer Geschichte nie gekannter Genauigkeit, die offensichtlich die genauen Messungen des Tycho Brahe ermöglicht hat. (Das Prinzip dieser Uhr ist erst an der Schwelle zum 21. Jahrhundert wieder rekonstruiert worden.)

2.3.5 Kepler

Johannes Kepler aus Württenberg lebte von 1571–1630. Neben seiner Theorie der Kegelschnitte und seiner Fasslehre stammen von ihm die drei „Keplerschen Gesetze“, die er aufgrund der Messungen von Tycho Brahe mit Hilfe der Rechnungen von Jost Bürgi begründen konnte::

1. Die Planetenbahnen sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt sich die Sonne befindet.

2. Flächensatz: Der Leitstrahl von der Sonne zum Planeten überstreicht in gleichen Zeiteinheiten gleiche Flächen.

3. Für die grosse Halbachse und die Umlaufzeit zweier Planeten gilt: $\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} = const.$

(Keplers Mutter wollte man noch als Hexe verbrennen.)

Bevor Kepler seine Gesetze fand und damit die alte Ordnung des Kosmos in Frage stellen musste, hatte er diese Ordnung mit Hilfe der Geometrie der platonischen Körper noch zu perfektionieren versucht.

2.3.6 Descartes

René Descartes (Kartesius) lebte von 1596–1650. Er ist als Mathematiker und als Philosoph zu würdigen (Cartesianismus). Von ihm stammt die analytische Geometrie. Geometrische Gebilde werden hier durch Gleichungen beschrieben.
Als Philosoph gab er den „empirischen positiven (d.h. mathematischen) Wissenschaften" die methodischen Grundlagen. Er rät uns zu folgenden methodischen Kartinalprinzipien:

1. Hege keine vorgefasste Meinung. Halte physikalisch nur für wahr, was auch eingesehen ist.

2. Zerlege ein Problem in Teilprobleme, die als solche für sich lösbar sind. (Grundlage der Aufteilung der heutigen Wissenschaften!)

3. Gehe bei der Erklärung einer Naturgegebenheit immer vom einfachsten Modell aus, solange dich nicht die Messungen zwingen, ein komplizierteres Modell anzunehmen.

4. Spezielles einfachstes Modell: Die Naturgesetze sind im Universum vermutlich überall die gleichen.

2.3.7 Guericke

Otto von Quericke lebte von 1602–1686. Er ist der Entdecker des Luftdrucks (Magdeburger Halbkugeln!).

2.3.8 Pascal

Blaise Pascal lebte von 1623–1662. Er ist gross in der Philosophie, der Mathematik und der Physik. In der Mathematik ist er bekannt als Geometer, als Wegbereiter der Infinitesimalrechnung und der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Von ihm stammt das Prinzip der vollständigen Induktion. In der Physik stammt von ihm das Pascalsche Gesetz in der Hydormechanik: In einer idealen Flüssigkeit oder einem solchen Gas ist der Druck bei Vernachlässigung der Schwerkraft überall gleich.

2.3.9 Huygens

Christian Huygens lebte von 1629–1695. Er entdeckte den Impulssatz, baute die erste Pendeluhr nach dem heutigen Prinzip (Leonardo da Vinci hatte allerdings sich damit auch schon befasst) und behandelte Kurven.
Heute formuliert man den Impulssatz so:

$$\text{Sei } \vec{p} = \sum m_i \cdot \vec{v}_i$$

$\rightsquigarrow$ In einem abgeschlossenen System bleibt der Gesamtimpuls $\vec{p}$ konstant.

2.3.10 Newton

Isaak Newton lebte von 1642–1727. In der Mathematik ist er neben Leibniz (und Jackob Bernoulli) der Erfinder der Infinitesimalrechnung (Fluxionsrechnung). Von Newton stammt die Bewegungsgleichung $F = m \cdot a$ (für die Erde $F = m \cdot g$), das Wechselwirkungsgesetz: *Actio* = *Reactio* (Kräfte treten immer paarweise und entgegengesetzt auf) sowie das Gravitationsgesetz: $F = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$. (Werk „Philosophia naturalis principia mathematica".) Als Idealisierung verwendet man in der Newtonschen Mechanik statt Massen als vereinfachte Modelle Massepunkte, die in der Realität allerdings nicht existieren.
1665 hatte Newton die Idee, dass die Schwerkraft auch für Erde und Mond vorhanden sein könnte. Das Gravitationsgesetz lässt sich im Idealfall einer Kreisbahn eines Planeten (z.B. Erde) via Zentripetalkraft sehr einfach aus dem 3. Keplerschen Gesetz ableiten:

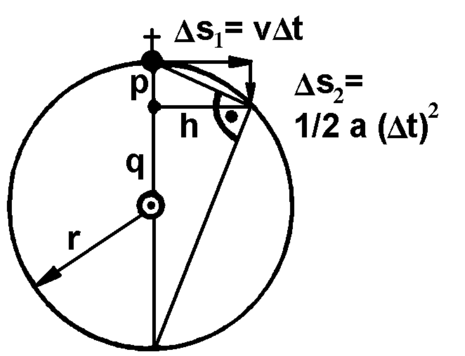


Abb. 1: Bewegung der Erde um die Sonne

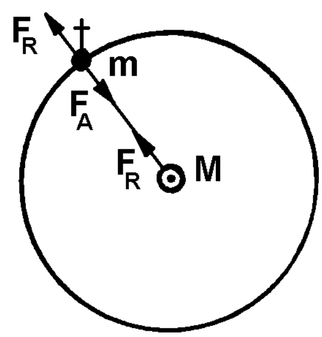


Abb. 2: Erde, Sonne und Kräfte

Z.B. die Erde bewegt sich um die Sonne mit einer gleichförmigen absoluten Geschwindigkeit v. Aus Symmetriegründen wirkt immer dieselbe Zentripetalbeschleunigung a und dieselbe Zentripetalkraft F. Wegen der gekrümmten Kreisbahn gehört zum tangentialen Weg $\Delta s_1 = v \cdot \Delta t$ der Weg zum Zentrum $p = \Delta s_2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2$. Wegen dem Höhensatz $h^2 = p \cdot q,\ \ h = \Delta s_1,\ \ p = \Delta s_2,\ \ q = 2\,r - p = 2\,r - \Delta s_2$ gilt somit:

$$\tfrac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \cdot (2\,r - \tfrac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2) = (v \cdot \Delta t)^2 \ \Rightarrow\ a\,r - \tfrac{1}{4} \cdot a^2 \cdot (\Delta t)^2 = v^2$$
$$\Delta t \to 0 \ \Rightarrow\ a\,r = v^2 \ \Rightarrow\ a = \frac{v^2}{r} \leadsto\ F = m \cdot a = m \cdot \frac{v^2}{r}\ \text{(Zentripetalkraft)}\ .$$

Wegen dem 3. Keplergesetz ist nun für Planeten $\frac{T^2}{r^3} = const. = c(M) \ \Rightarrow\ T^2 = c(M) \cdot r^3$

Die Umlaufgeschwindigkeit ist $v = \frac{U}{T} = \frac{2\,\pi\,r}{T}$

$$\Rightarrow\ F = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot \frac{(2\,\pi\,r)^2}{T^2 \cdot r} = m\,4\,\pi^2 \cdot \frac{r}{T^2} = m\,4\,\pi^2 \cdot \frac{r}{r^3 \cdot c(M)} = \frac{4\,\pi^2}{c(M)} \cdot \frac{m}{r^2} = c_1(M) \cdot \frac{m}{r^2}$$

Denkt man sich für einen Moment die Erde fix und die Sonne beweglich um die Erde (Relativbewegung), so hat die Sonne dieselbe Winkelgeschwindigkeit bezüglich der Erde wie vorher die Erde bezüglich der Sonne hatte. Bei gleichem Radius führt das auf dieselbe

Geschwindigkeit und auch auf dielselbe Kraft, allerdings bei anderer Masse M. Lässt man auch hier das 3. Keplergesetz mit einer andern Konstante gelten, so folgert man wie oben:
$F = c_2(m) \cdot \frac{M}{r^2} \rightsquigarrow\; c_1(M) \cdot m = c_2(m) \cdot M = c_3 \cdot m \cdot M := G \cdot m \cdot M \;\Rightarrow\; F = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$
$\rightsquigarrow$ Gravitationsgesetz

Aus dem Gravitationsgesetz wiederum gewinnen wir:
$F = G \cdot \frac{\cancel{m} \cdot M}{r^2} = \cancel{m}\, 4\,\pi^2 \cdot \frac{r}{T^2} \;\Rightarrow\; \frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\,\pi^2}$ (Kepler–Konstante).

2.3.11 Leibniz

Gottfried Wilhelm Leibniz lebte von 1646–1716. Er gilt als der letzte Universalgelehrte, der das gesamte Wissen seiner Zeit beherrschte. U.a. war er der Gründer der Preussischen Akademie der Wissenschaften in Berlin. In der Mathematik wie auch in der Philosophie (als Lehrer der „besten aller möglichen Welten“ — im nichtmaterialistischen Sinne) ist er einer der Grossen, die nicht nur Sätze, sondern Methoden entdeckt haben. Er hat gewisse unendliche Reihen berechnet und ist auf dieser Grundlage zur Infinitesimalrechnung gekommen (unabhängig von Newton, fast gleichzeitig, vielleicht etwas später). Neben Arbeiten in der formalen Logik ist der der Entdecker der Dualzahlen. Auch hat er an der ersten mechanischen Rechenmaschine gearbeitet, gedacht zur Ermittlung der Planetenbahnstörungen. Für ihn war Gottes Bau der Welt so gut, dass sie nun alleine funktioniert. Seine philosophische Monadenlehre hat sich in der Non–Standardanalysis als fruchtbar erwiesen.

2.3.12 Bernoullis

Jacob I. Bernoulli lebte von 1654–1705. Er stand im Briefwechsel mit Leibniz. Es wird erzählt, dass er Leibnizes Unterlagen verloren habe und daher die Infinitesimalrechnung nacherfinden musste, um bei der Beantwortung von Leibnizes Fragen das Gesicht zu wahren. Er hat die Infinitesimalrechnung weiterentwickelt, die Polarkoordinaten eingeführt und viele Kurven bearbeitet. Mit ihm beginnt die Bernoulli–Dynastie in der Mathematik.

Sein Bruder Johann I. (1667–1748) hat mit Erfolg auf dem gleichen Gebiet Grosses geleistet. Von ihm stammen Bezeichnungen wie „Integral“. Johann I. war der Lehrer von Euler.

Daniel Bernoulli (1700–1784) befasste sich mit Kettenbrüchen, trigonometrischen Funktionen und anderem mehr. Daneben gilt er aber als der Begründer der theoretischen Physik. Von ihm stammt z.B. das Strömungsgesetz (Bernoulligleichung), das eine zum Energiesatz analoge Form hat:

$$\rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2}\,\rho \cdot v^2 + p = const.$$

Daniel Bernoulli befasste sich bereits mit der Herzleistung des Menschen (Mensch als „Strömungsmaschine“?).

2.3.13 Euler

Leonard Euler lebte 1707–1783. Man sagt, dass er mehr Mathematikseiten geschrieben habe, als je ein bekannter Schriftsteller Romanseiten. An der Herausgabe seines Gesamtwerkes (Opera omnia) wird immer noch gearbeitet (momentan ca. 80 Bände). Euler hat auf praktisch allen Gebieten der Mathematik Grosses geleistet. Von ihm stammen geometrische Sätze, die Variationsrechnung, die Eulersche Zahl, die Eulersche Konstante, das Eulersche Multiplikationsverfahren zur Lösung von Differentialgleichungen, das Eulersche Prinzip der kleinsten Wirkung, die Eulerschen Differentialgleichungen in der Mechanik (Kreiseltheorie!), die Eulersche Formel für die komplexe Exponentialfunktion u.s.w., u.s.f..

Eine Anektote: Euler arbeitete damals gerade am russischen Hof, als Diderot zu Besuch war. Man erzählte Diderot, dass Euler einen „algebraischen Beweis Gottes“ habe. Diderot, der an-geblich nichts von Mathematik verstand, eilte hin. Da dozierte Euler:

„Monsieur, es gilt $\frac{a+b^n}{n} = x$. *Also existiert Gott. Antworten Sie!“*

Diderot soll das — so wird erzählt — einleuchtend gefunden haben.

2.3.14 Kant

Immanuel Kant lebte 1724–1804, war also Zeitgenosse Goethes, Beethovens und Napoleons. Er und Platon gelten oft als die grossen Sterne der Philosophie. Sein Erbe ging einerseits an die Materialisten, andererseits an die Idealisten, die dann verschiedene Prioritäten gesetzt haben. Doch hat er u.a. auch über Kosmologie geschrieben.
Wichtig ist Kants kritische Philosophie (Z.B. die Kritik der reinen Vernunft) und damit seine Erkennt-nistheorie. Er stellte ein begründetes Gleichgewicht her zwischen der Position einerseits, dass alle Erkenntnis aus der Erfahrung (Sinneserfahrung) fliesse und der Position andererseits, dass die Erfahrung durch die angeborene Ratio entstehe. Erfahrung ist für die Erkenntnis zwar notwendig, jedoch nicht hinreichend, denn die z.B. angenommene Form der Erkenntnis, die Kathegorie, stammt nicht aus der Erfahrung. Es gibt für Kant analythische und synthetische Aussagen. Die Subjekt–Prädikat–Logik des Aristoteles ist gültig. „A priori“ ist Erkenntnis, wenn sie nicht aus der Erfahrung fliesst (z.B. Teile der Mathematik) und „a posteriori“, wenn sie durch Erfahrung bedingt ist. In der Mathematik gibt es synthetische Urteile, die zugleich a priori sind, während üblicherweise sonst synthetisch gleichbedeutend mit a posteriori wäre. Kathegorien sind Begriffe, die nicht aus der Erfahrung stammen, dort jedoch sehrwohl wirken. Eindrücke durch die Sinnesorgane müssen von der Tätigkeit der Vernunft organisiert werden,

bevor sie sich als Erfahrung äussern können. Erkennen oder Verstand geht so durch das „Verarbeitungsorgan Vernunft". Kathegorien in Form von Sätzen und Urteilen sind Quantität (Einheit, Vielheit, Allheit), Qualität (Realität, Negation, Limitation), Relation (Inhärenz und Subsistenz, Kausalität und Dependenz, Gemeinschaft) sowie Modalität (möglich–unmöglich, dasein–nichtsein, notwendig–zufällig). Dazu gibt es die a priorischen Formen der Anschauung: Raum und Zeit. Erfahrung selbst ist a priori subjektiv, also immer nur Abbild von einem Objekt, immer Phänomen, nie Objekt selbst, immer nur Aspekt, nie Ding an sich oder Noumen. Letzteres entspricht nicht den Kategorien. Noumen sind also z.B. befreit von Kausalität, sind nicht deterministisch. So kommt dem Menschen als noumeales Wesen, als moralisch Handelnder, ein freier Wille zu.
Kants Fragen lauten reduziert: Was kann ich erkennen? Was kann ich wollen, wie kann ich urteilen? Was soll ich tun?... Wichtig ist folgender kategorischer Imperativ als sein höchstes Prinzip der formalen Ethik: Handle nach der Maxime, durch die du zugleich wollen kannst, dass sie allgemeines Gesetz werde.

2.3.15 Coulomb

Charles Augustin Coulomb lebte 1736–1806. 1784 fand er das nach ihm genannte Gesetz der Elektrostatik. Elektrisch geladene Körper üben aufeinander Kräfte aus, die sich nach einer zum Gravitationsgesetz formal gleichen Formel berechnen lassen.

2.3.16 Lavoisier

Antoine Laurent de Lavoisier (1743–1793) gilt als der Begründer der modernen, messenden Chemie und als Entdecker des Sauerstoffes. Damit war die Luft – Pneuma – Geist – entgeistet, denn Luft hat mit Verbrennung zu tun. Lavoisier hat offenbar herausgefunden, dass Diamanten aus Kohlenstoff bestehen, denn er konnte zeigen, dass sie verbrannt werden konnten. Diese bei Hofe in Versailles demonstrierten Diamantenverbrennungen haben den Marktweiberzug ausgelöst, der als der Beginn der französischen Revolution gilt. — Bei Hofe verbrennen sie die Diamanten, während das Volk nichts zu essen hat! Lavoisier starb durch die Guilliotine.

2.3.17 Volta

Alessandro Volta lebte 1745–1847. Ihm verdanken wir die Erfindung der Batterie (1801). Napoleon hat ihn unterstützt. Damit war jetzt die schon vorher bekannte Elektrizität jederzeit für Experimente greifbar. Mit Ausnahme der Herzschen Wellen (Radiowellen) und Dingen wie der Transistor war die gesamte Elektrizitätslehre (insbesondere die Elektrodynamik) in weniger als 100 Jahren aufgebaut. Die Erfindungen waren gemacht und es ging nur noch um die technische Perfektion. Man sieht, dass wenn sich einmal ein neues Tor geöffnet hat, das neu erreichbare Gebiet dann sehr rasch erobert ist.

2.3.18 Laplace

Pierre Simon Laplace lebte von 1749–1827. Sein Hauptwerk ist die 5 bändige Traité de méchanique céleste. Darin hat er die Stabilität des Sonnensystems bewiesen. (Behandlung der Bahnstörungen.) Von Napoleon auf Gott angesprochen, soll er geantwortet haben, dass er diese Hypothese nicht brauche. . . . Von ist die Idee des „Laplaceschen Dämons" bezeugt (Uhrenmacheruniversum): Ein Geist, der in einem gegebenen Moment alle Kräfte, Geschwindigkeiten und Positionen aller Teilchen im Universum kennen würde, könnte auf alle Zeiten jeden Zustand voraussagen (Determiniertheit).

2.3.19 Dalton

John Dalton lebte von 1766 – 1844. Er war angeblich auch Bierbrauer, entdeckte z.b. das Gesetz der multiplen Proportionen in der Chemie und führte damit die Atomtheorie abschliessend in die Chemie ein. Weiter das Gesetz von Daltons: In einem Gasgemisch ist der Druck gleich der Summe der der Drucke der Komponenten (jede für sich allein).

2.3.20 Gauss

Karl Friedrich Gauss lebte von 1777–1855. Er hat den Hauptsatz der Algebra bewiesen, die komplexen Zahlen zu einem Abschluss gebracht, die Theorie der quadratischen Formen entwickelt, das Theoremum Aureum bewiesen (Reziprozitätsgesetz der quadratischen Reste), Beiträge zur Konstruierbarkeit von n–Ecken geleistet, den Hauptsatz der Funktionentheorie (bekannt als Satz v. Cauchy) gefunden, die Methoden der kleinsten Quadrate gefunden, eine nichteuklidsche Geometrie entdeckt (Unbeweisbarkeit des Parallelenaxioms!). Von ihm stammen Entdeckungen in der Differentialgeometrie (Gausssche Krümmung!) u.s.w. Berühmt wurde Gauss aber eher in der Astronomie als in der Mathematik. Er hat als erster auf Grund von Bahnstörungen die Position eines neuen Himmelskörpers (der Planetoid Ceres) vorausberechnet, den man dann so entdecken konnte. Die Theorie hat nun über das Experiment gesiegt.

Eine wesentliche Entdeckung des 19. Jahrhunderts war, dass es ausserhalb der euklidschen Geometrie noch andere Geometrien gibt, die auch möglich sind. Gauss hatte daran seinen Anteil.

2.3.21 Cantor, Gödel und andere

Eine weitere verblüffende Entdeckung des 19. Jahrhunderts war, dass es unendlich viele verschiedene Arten von unendlich gibt — und in der Konsequenz gilt dasselbe auch von null. Zudem stiess man im 20. Jahrhundert an die Grenzen logischer Machbarkeit und somit des deduktiven Denkens. (Gödel, Turing)

2.3.22 Die Entdeckung neuer Himmelskörper

Galilei

Galileo Galilei (1564 – 1642vgl. oben): Erste Entdeckung neuer Himmelskörper (Jupitermonde).

Herschel

Friedrich Willhelm Herschel (beim Hanovranerkönig Gregor III. von England): 1781 Entdeckung des ersten neuen Planeten, des Uranus.

Gauss, Piazzi

Die Titus–Bodesche Regel (empirische Regel) gibt folgendes Bild der ungefähren Planetenentfernungen in 0.1 AE:

Merkur	$0+4$	$=$	4
Venus	$3+4$	$=$	7
Erde	$6+4$	$=$	10
Mars	$12+4$	$=$	16
(Astroidengürtel, Lücke, Phaeton??)	$24+4$	$=$	28
Jupiter	$48+4$	$=$	52
Saturn	$96+4$	$=$	100
Uranus	$192+4$	$=$	196

Die Titus–Bodesche Reihe weist eine Lücke auf. Es war also naheliegend, nach einem Objekt Ausschau zu halten, das diese Lücke schliesst. In der Neujahrsnacht 1801 hatte dann der Italiener Piazzi ein kleines Objekt entdekt, das sich bewegte und das er später wieder verlor. Zufällig erhielt Gauss davon Nachricht. Gauss hatte eine Methode entwickelt, mit deren Hilfe sich auf der Grundlage von wenigen Beobachtungen und viel Mathematik die gesamte Bewegung errechnen liess. Das führte zur ersten mathematischen Positionsvorhersage der Geschichte der Wissenschaften. Das Objekt ist dann so wiedergefunden worden. Es ist der Planetoid Ceres. Heute kennt man ca. 2000 (oder mehr) Planetoiden. Sie bilden ungefähr einen Gürtel in einer Ebene, haben alle etwa die gleiche Bewegungsrichtung und bewegen sich auf nahezu Kreisbahnen.

Bessel, Leverrier, Galle

Friedrich Bessel vermutete um 1840 aufgrund von Uranusbahnstörungen die Existenz eines weiteren Planeten. J.J. Leverrier versuchte auf dieser Grundlage eine mathematische Positionsbestimmung. 1846 fand in Berlin J.G. Galle nach diesen Daten den Neptun.

Tombaugh

1930 entdeckte der Amerikaner C. W. Tombaugh durch Zufall ausserhalb der Neptunbahn einen weiteren Planeten, den Pluto.

Neuste Entdeckungen

Seit einigen Jahren (gegen Ende des 20. Jahrhunderts, Beginn 21. Jahrhundert) weiss man, dass der Pluto ein Doppelplanet ist. Hinter Pluto erstreckt sich dann der Kuipergürtel (wieder ein Astroidengürtel). In dieser Gegend kriesen die Planetenanwärter Xena ($d \approx 3000\ km$), Orcus ($d \approx 1600\ km$), Quaoar ($d \approx 1300\ km$) und Santa ($d \approx 2000\ km$) und weiter aussen noch Sedana auf einer sehr stark elliptischen Bahn ($d \approx 1600\ km$). Unser Erdmond hat im Vergleichzu diesen Himmelskörpern einen Durchmesser von $d \approx 3500\ km$. Ganz aussen finden wir die Oort'sche Wolke, eine Ansammlung von vermutlich einer unglaublich grossen Zahl von Kometen.
Zudem fand man in den letzten Jahren Planeten, die zu anderen Sonnensystemen gehören. Wir sind nicht das einzige Planetensystem. Erwähnenswert sind dabei die Schlüsselarbeiten aus der Zeit um das Jahr 2000, die an der Universität Genf geleistet worden sind.

2.3.23 Faraday und Maxwell

Michael Farady lebte 1791-1867. Von ihm stammt der Feldbegriff, formuliert für elektrische und magnetische Felder (Griesskörnerversuch, Einsenfeilspäne). Seine experimentellen Befunde wurden von James Clerk Maxwell (1831–1879) ca. 1856 in den vier Maxwellgleichungen mathematisch gefasst (Differentialgleichugen mit mehreren Variablen).
Zum dabei verwendete Feldbegriff: Ein Feld ist z.B. im Raume eine Funktion auf den Raumpunkten als Definitionsbereich mit Wertebereich z.B. Vektoren. So wird z.B. jedem Raumpunkt als Funktionswert eine Kraft (Vektor) zugeordnet. Der Feldbegriff ist später auch auf die Gravitation ausgedehnt worden.

2.3.24 Mayer, Helmholz, Joule

Robert Mayer (1814–1878) erkannte bereits 1840 den Energiesatz. Hermann von Helmholz (1821–1894) hat ihn im Jahre 1847 ausformuliert. James Prescott Joule (1818–1889) entdeckte die wechselseitige Umwandlung der Energieformen. Sei U die „innere Energie“. Heute formulieren wir für ein abgeschlossenes System:

$$E = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2}\, m \cdot v^2 + U = const.$$

2.3.25 Das Problem des absoluten Raums

Noch Leibniz und Kant haben an den „absoluten Raum“ geglaubt, d.h. den „durchwegs erfüllte Ort oder der Ort aller Örter“ (nach Leibniz). Für sie stand ausser Zweifel, dass die euklidsche Geometrie die einzig mögliche Geometrie des Raumes ist. Diese Vorstellung wurde durch die Entdeckung nicht-euklidscher Geometrien (Gauss, Lobatschevsky 1829, Bolay 1832 u.s.w.) ausgeräumt. Unter dem Eindruck der Vorstellung des absoluten Raumes mit einem Ursprung eines Koordinatensystems ist der Streit nach dem Zentrum der Welt (Kopernikus, Kepler, Galilei, geozentrisches und heliozentrisches Weltbild) verständlich. Ansätze zur Vorstellung höherdimensionaler Räume finden sich schon beim bernischen Mathematiker Ludwig Schläfli (1814 – 1896).

2.3.26 Forschung heute

Es scheint, dass heute die grossen Fortschritte in der naturwissenschaftlichen Forschnung nicht mehr so sehr auf dem Gebiet von Physik und Chemie geleistet werden. Bahnbrechende sind Arbeiten aus der Mikrobioligie, speziell der Gen– und Zellforschung. Parallell dazu ist mit der Informatik ein Entwicklungszweig entstanden, der die Arbeitswelt verändert. Jedoch ist zu vermuten, dass man in der Zeit um 2020–2030 die theoretischen Verkleinerungsgrenzen erreicht haben wird. Dann müsste wohl das Tempo der Erneuerungen ändern. . .

Für die Architektur interessant:

2.3.27 Fechner

Gustav Theodor Fechner (1801 – 1887) war ein deutscher Physiker und Philosoph. Bekannt sind von ihm statistische Untersuchungen zur idealen Teilung, wo sich der goldene Schnitt hervorgetan hat.

2.3.28 Le Corbusier

Le Corbusier (geb. Charles Edouard Jeanneret(-Gris), 1887 in Chaux de Fonds bis 1965) entwickelte ab 1942 bis 1955 den Modulor.

2.4 Einstein und die Relativitätstheorie

2.4.1 Äthertheorie und Konstanz der Lichtgeschwindigkeit

Um ca. 1900 glaubten viele, dass die Physik in den wesentlichsten Teilen vollendet sei. Man rätselte noch über den Aufbau der Atome. Auch ging man davon aus, dass im Universum ein ruhender „Weltäther“ (auch Quinta Essenzia, oft Verbindung zwischen Materie und Geist) als Trägermedium existiere, durch den sich die Himmelskörper bewegen und in dem sich z.B. auch die elektrischen und magnetischen Felder ausbreiten. Lichtwellen begriff man als Ätherwellen. Viele Begriffe der Physik zeugen noch von der Äthervorstellung, unter deren Herrschaft sie entstanden sind. Man denke z.B. an den magnetischen Fluss: Das Magnetfeld fliesst durch den Äther. Dieser ruhende „Weltäther“

konnte man als ausgezeichnetes Inertialsystem begreifen, auf das man die gesamte „Newtonsche Physik“ beziehen konnte. (In einem Inertialsystem gilt das Trägheitsgesetz.)

Man dachte damals wohl insgeheim, nicht mehr fern von der absoluten Wahrheit über das Universum zu sein. 1905 erschien dann Albert Einsteins Schrift „Zur Elektrodynamik bewegter Körper“. (Einstein: 1879–1955.) Danach wurde wieder alles anders. Es war wieder einmal klar, wie problematisch „absolute und endgültige Wahrheiten“ sind. Man muss immer damit rechnen, dass die Grenzen des Erkennbaren erweitert werden könnten. Die Sache hatte Jahre später auch extreme politische Folgen: Die Existenz der Atombombe führte zum Gleichgewicht des Schreckens. (Masse wurde in Energie umwandelbar)

Ausgangspunkt zur neuen Betrachtungsweise war eine genauere Analyse der Begriffe Raum und Zeit. Um im Wissen weiterzukommen, suchte man vor 1900 experimentell zu klären, mit welcher Geschwindigkeit sich die Erde durch den Äther bewegt. Die elektrostatischen beziehungsweise brechungsoptischen Versuche von Fizeau (1860), Amscart (1872) und Raileigh (1902) brachten kein Resultat. 1886 gelang es Michelson und Morley , die Lichtgeschwindigkeit c auf der Erde in verschiedene Richtungen zu messen. Bewegte sich die Erde mit der Geschwindigkeit durch den Äther und das Licht mit der Geschwindigkeit c, so müsste in Bewegungsrichtung der Erde durch den Äther die Geschwindigkeit $c_1 = c - v$ und in entgegengesetzter Richtung die Geschwindigkeit $c_2 = c+v$ herauskommen. Das Resultat des heute mit moderneren Mitteln wiederholbaren Versuches ist jedoch, dass $c_1 = c_2$ ist: Die Lichtgeschwindigkeit ist auf der Erdoberfläche in alle Richtungen immer gleich gross. (Anderswo hatte man nicht gemessen. . .) Für die Geschwindigleit der Erde um die Sonne findet man ca. 30'000 m/s oder $3 \cdot 10^4$ m/s gegenüber von $c \approx (2.997925 \pm 0.0000001) \cdot 10^8$ m/s. Der Effekt müsste bei diesen Zahlen messbar sein!

Wie sollte man sich das nun erklären? Durch eine Rückkehr zum geozentrischen Weltbild? — Etwa mit dem Postulat, dass es ja die Erde sein muss, die im Zentrum steht und daher als Konsequenz im Äther ruht? — Einstein schlug eine andere Idee vor. Den Äther hat noch niemand gemessen. Seine Existenz ist ein Postulat, ein Axiom. Wieso sollte man es nicht mit einem gegenteiligen Axiom versuchen, nämlich mit der Annahme, dass der Äther gar nicht existiert? Die Konsequenz daraus wäre, dass es gar kein ausgezeichnetes Inertialsystem gibt (wo der Trägheitssatz gilt). Jedes soche wäre demnach gleichberechtigt. Einerseits wäre das das einfachste Modell im Sinne von Descartes. Andererseits müsste man andernfalls ein Auszeichnungsprinzip haben, etwa ein Minimalprinzip. c ist aber offensichtlich in keinem System minimal, sondern in jedem System gleich. Die Konsequenz ist das von Einstein *postulierte* Prinzip (Axiom):

Relativitätsprinzip: *Die Naturgesetze nehmen in allen Inertialsystemen dieselbe Form an.*

Bei gleichförmig bewegten Inertialsystemen ist keines vor dem andern ausgezeichnet:
$\rightsquigarrow$ Spezielle Relativitätstheorie.

Bei beschleunigten Inertialsystemen ist keines vor dem andern ausgezeichnet:
$\rightsquigarrow$ Allgemeine Relativitätstheorie.

Das „geozentrische Weltbild“ hat sich nun ins Innere des Menschen verlegt. Nur er ist „hier und jetzt und einzig“. (Der Mensch ist kein „Herdentier“ mehr.) Diese Welt existiert so wie sie ist, hier und jetzt, weil es eben jetzt den Menschen gibt, der das wahrnimmt — und nicht umgekehrt gibt es den Menschen, weil die Welt eben gerade „zufällig“ jetzt so ist. Aussen im materiellen Bereich haben wir uns aber vom geozentrischen Weltbild verabschiedet.

Die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit ist jetzt als Konsequenz aus dem Relativitätsprinzip begreifbar. Sie hat im Vakuum in jedem Inertialsystem etwa den Wert $c \approx 300'000\ km/s$.

Es ist wichtig zu beachten, dass die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit wohlverstanden nur auf der Erdoberfläche festgestellt worden ist. Einsteins Vermutung war es, dass die Gültigkeit dieses Prinzips überall angenommen werden kann. Bis heute hat man dazu keine Widersprüche gefunden.

2.4.2 Systemzeit und Zeitdiletation

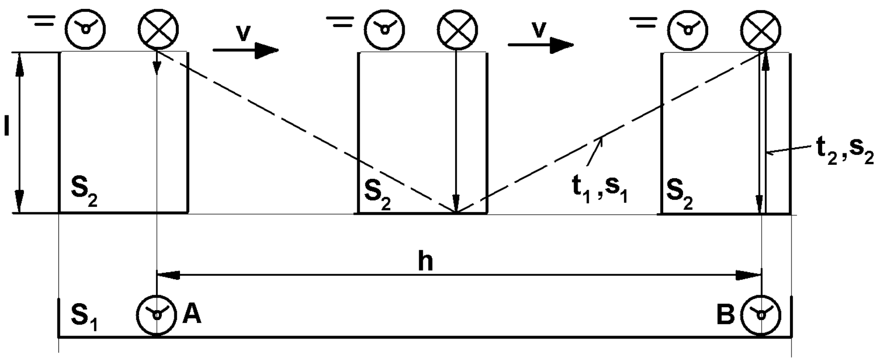


Abbildung 3: Gedankenexperiment zur Zeitdiletation

Wir machen jetzt ein Gedankenexperiment. Wir gehen davon aus, dass wir als Bezugssysteme zwei Inertialsysteme S_1 und S_2 haben, die sich gegeneinander horizontal mit gleichbleibender Geschwindigkeit v bewegen. Im System S_2 befindet sich ein senkrecht stehender, im System ruhender Zylinder der Höhe l, der unten verspiegelt ist und in dem oben eine Blitzlampe angebracht ist. Offensichtlich bewegt sich der beschriebene Zylinder im System S_1 mit der Geschwindigkeit v. Im Zylinder (bewegtes System S_2) sei eine Uhr angebracht, mit der sich die Laufzeit t_2 eines Lichtblitzes messen lässt, der den Zylinder nach unten durchläuft, dort gespiegelt wird und wieder oben ankommt. Der Blitz wird losgelassen, wenn sich das System S_2 am Ort eines Beobachters A im System S_1 vorbeibewegt. Für den *halben* Lichtweg finden wir im System S_2:

$$l = c \cdot t_2, \;\; t_2 = \frac{l}{c}$$

Im ruhenden System S_1 wird ebenfalls die Laufzeit des Lichtblitzes gemessen. Bei der Aussendung des Blitzes befinde sich der Zylinder beim Beobachter A im System S_1 und bei der Registrierung der Rückkehr des Blitzes beim Beobachter B im System S_1. Wir gehen davon aus (Annahme), dass A und B vorher mit synchron gehenden Uhren ausgerüstet worden sind. Die von A und B festgestellte Laufzeit des Blitzes sei t_1. Ein im System S_1 ruhender Beobachter C muss feststellen, dass sich der Zylinder während der Laufzeit des Blitzes aus seiner Sicht um die Distanz $h = v \cdot (2\,t_1)$ horizontal verschoben hat. Dabei ist t_1 die Zeit, die das Licht braucht um ebenfalls den *halben* Weg zurückzulegen. Aus der Sicht von C ergibt sich für den *halben* Lichtweg nach Pythagoras:

$$s_1 = c \cdot t_1 = \sqrt{(\frac{h}{2})^2 + l^2} = \sqrt{(\frac{2\,t_1\,v}{2})^2 + l^2} \;\Rightarrow\; c^2\,t_1^2 = t_1^2\,v^2 + (c \cdot t_2)^2$$

$$\Rightarrow\; t_2 = \frac{1}{c}\sqrt{t_1^2 \cdot (c^2 - v^2)} = t_1\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}$$

Konsequenz: *Die Zeit ist* **systemabhängig***!*

$$t_2 = t_1\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}, \;\; \frac{t_2}{t_1} = \sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}, \;\; v \neq 0 \;\Rightarrow\; t_1 \neq t_2$$

Da die Zeit systemabhängig ist, redet man auch von der **Eigenzeit**. Wichtig ist auch die Feststellung, dass für den Beobachter in S_2 sich das System S_1 bewegt, er aber in Ruhe ist (Relativität). t_2 ist im allgemeinen kleiner als t_1.

Konsequenz: *Im bewegten System S_2 vergeht weniger Zeit als im ruhenden System S_1. In System S_2 ist auch der Lichtweg kürzer als im System S_1. Die Lichtgeschwindigkeit ist aber in beiden Systemen dieselbe.*

Für das Experiment sind drei Uhren nötig: Eine im System S_2 und zwei im System S_1. Dass die Sache auch mit materiellen Uhren klappt, zeigen die Experimente. Das sensationelle Ergebnis ist erstmals 1938 gemessen worden. Eine denkwürdige Konsequenz ist das **Zwillingsparadoxon**. Der Effekt ist angeblich auch bei den Mondflügen im

Grössenbereich von Mikrosekunden gemessen worden. Der Effekt ist heute mit Atomuhren in Flugzeugen messbar.

Noch ein Beispiel aus Elementarteilchenphysik (CERN, 1959): Myonen haben beim Zerfall eine Halbwertszeit von $\tau = \tau_2 = 1.52\ \mu s$. Die Halbwertszeit ist messbar (Intensität!). Die Myonen bewegen sich nun mit $v = 0.99942\,c$ im Speicherring. Für sie gilt in ihrem System die Halbwertszeit $\tau = \tau_2$. Für den Beobachter aussen ist dann $\tau_1 = \dfrac{\tau_2}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \approx 44.6\ \mu s$, was mit der Beobachtung übereinstimmt. ($\leadsto$ Problem: Schnelle, beim Zerfall entstehende Teilchen können weit gelangen. Z.B. zur Erde, wenn sie in den oberen Luftschichten zerfallen. . .)

Interessant ist der Fall eines Photons, das mit Lichtgeschwindigkeit fliegt. Für ein solches Teilchen gilt $v = c$. Daraus folgt $t_2 = t_1 \sqrt{1-(\frac{c}{c})^2} = 0$. Das heisst: Die Systemzeit eines solchen Photons ist immer 0. Es wird also auf dem Lichtweg zwischen Aussendung und Ankunft um die Zeit 0 „älter"!

Bemerkung: Für fixes t_1 und $v \to c$ geht $t_2 \to 0$. Für $v \to c$ und fixes t_2 muss aber $t_2 \to \infty$ gehen.

2.4.3 Die Lorenzkontraktion

Nach Definition ist $c = \dfrac{s}{t} = const.$, unabhängig vom System. Da t nun systemabhängig ist, muss dies auch für die Weglänge s gelten, sonst wäre ja eben c systemabhängig.

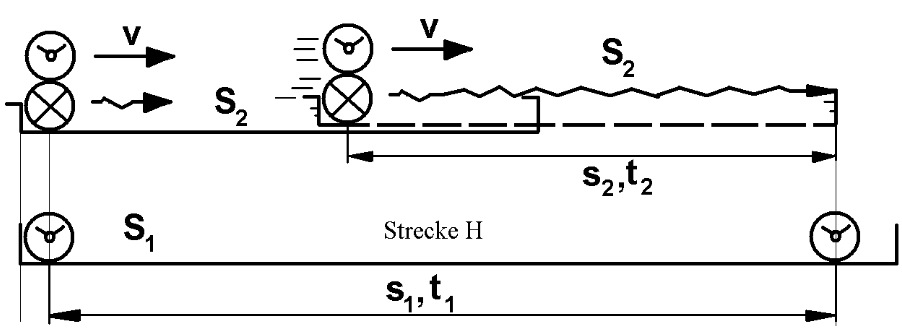


Abbildung 4: Gedankenexperiment zur Lorenzkontraktion

In einem Gedankenexperiment lassen wir nun wieder einen Beobachter in einem Inertialsystem S_2 an einem System S_1 vorbeifliegen, während nun in S_2 ein Lichtblitz in horizontaler Richtung losgelassen wird. Für den Beobachter in S_2 braucht das Licht für ein Wegstück H, das für ihn die Länge s_2 hat, die Zeit t_2. Der Beobachter in S_1 hat aber für H die Strecke s_1 gemessen und registriert jetzt die Zeit t_1. Beide Beobachter können die für sie geltenden Streckenlängen nach der Formel „Weglänge gleich Geschwindigkeit c

mal Zeit“ berechnen. Wegen der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit in beiden Systemen gilt daher:

$$c = \frac{s_1}{t_1} = \frac{s_2}{t_2} \Rightarrow s_2 = s_1 \cdot \frac{t_2}{t_1} = s_1 \sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}$$

Lorenzkontraktion: *Für einen Beobachter in einem mit der Geschwindigkeit v vorbeifliegenden Inertialsystem S_2, in dem der Beobachter ruht, ist eine Strecke s_1 gegenüber der von S_1 aus wahrgenommenen Realität verkürzt:*

$$s_2 = s_1 \sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}$$

Dieser Effekt ist beobachtbar z.B. bei der Kontraktion des elektrischen Feldes schnell fliegender Teilchen (Spurenexperimente in Blasekammern...).

Weiter gilt in diesem Experiment: $v_1 = \frac{s_1}{t_1} = \frac{s_1 \sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}{t_1 \sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} = \frac{s_2}{t_2} = v_2$

Geschwindigkeiten können aber auch systemabhängig sein, wie ein weiterer Ausbau der Theorie zeigt.

Interessant ist auch hier wieder der Fall eines Photons, das mit Lichtgeschwindigkeit fliegt. Für ein solches Teilchen gilt $v = c$. Könnte man auf einem solchen Teilchen reiten, so würde man sich als ruhender Beobachter in S_2 vorkommen und die Strecke H zwischen Aussendungsort und Ankunftsort des Photons (System S_1) überwinden. Die Länge dieser Strecke würde man als der besagte Beobachter infolge der Lorenzkontraktion verkürzt wahrnehmen. Wie lange ist jetzt die Strecke für einem als Beobachter? Aus obiger Formel folgt mit der Länge $s_1(H)$ im System S_1: $s_2 = s_1(H) \sqrt{1 - (\frac{c}{c})^2} = 0$. Das heisst: Die Wegstrecke, die das Photon auf seinem „Flug“ zu überwinden hat, ist vom Photon aus gesehen immer 0! Für ein Photon im Vakuum (Lichtgeschwindigkeit c) existieren also gar keine Distanzen und somit gar keine Wege! Alles ist „unendlich nahe“.

2.4.4 Die Unüberschreitbarkeit der Lichtgeschwindigkeit

Die Quadratwurzel $\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2} \geq 0$ ist nur für $v \leq c$ eine reelle Zahl. Daher gilt:

Unüberschreitbarkeit der Lichtgeschwindigkeit: *v kann nie grösser sein als c.*

Diese Tatsache wird sichtbar anhand von Experimenten mit Beschleunigern.

2.4.5 Das Paradoxon der Gleichzeitigkeit

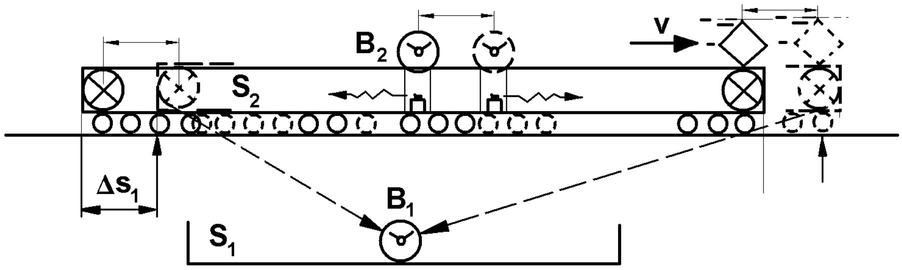


Abbildung 5: Gedankenexperiment zur Gleichzeitigkeit

Wir stellen uns einen langen Eisenbahnzug vor, der unser Inertialsystem S_2 bildet. Er hat die im System gemessene Länge $2\,s_2$. In seiner Mitte sitzt ein Beobachter B_2. Vorn und hinten ist der Zug mit je einer Blitzlampe ausgerüstet, die B_2 gleichzeitig zünden kann. Wenn B_2 den Knopf drückt, geht das Signal mit Lichtgeschwindigkeit zu den beiden Lampen. Es braucht dazu die Zeit $t_2 = \frac{s_2}{c}$. Beide Lampen senden dann einen Blitz aus, den B_2 wiederum nach der Zeit t_2 registriert, beide Blitze natürlich gleichzeitig.
Nun fährt der Zug mit grosser, aber gleichbleibender Geschwindigkeit nach Osten an einem Beobachter B_1 vorbei, der wiederum sich in einem Inertialsystem S_1 befindet. B_2 drückt genau dann den Knopf der Blitzlampen, wenn er sich exakt auf der Höhe von B_1 befindet. In dem Moment sei angenommen, dass B_1 von B_2 nur um eine minimale Distanz voneinander entfernt sind, sodass die Zeit um einander wahrzunehmen vernachlässigbar klein ist. Für B_1 beträgt die Länge des Zuges $2\,s_1 = 2\,\frac{s_2}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$. Auch für B_1 sitzt B_2 in der Mitte des Zuges.

Für B_1 beträgt die Zeit des Signals vom Knopf bis zur Lampe $t_1 = \frac{t_2}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$. Während dieser Zeit bewegt sich der Zug für ihn um die Strecke $\Delta s_1 = v \cdot \Delta t_1 > 0$ nach Osten. Im Moment wo jeweils die Lampe aufleuchtet, befindet sich daher die westliche Lampe für B_1 in der Distanz $d_1 = s_1 - \Delta s_1$ und die östliche Lampe in der Distanz $d_2 = s_1 + \Delta s_1$. Wegen $\Delta s_1 > 0$ ist daher $d_1 < d_2$. Die Zeiten, die die beiden Blitze bis zu B_1 brauchen, sind daher verschieden. Es gilt daher:

$$t_{1,1} = \frac{d_1}{c} < \frac{d_2}{c} = t_{1,2}$$

Konsequenz: *Was von B_2 gleichzeitig wahrgenommen wird, kann für B_1 als ungleichzeitig erscheinen. Der Begriff der Gleichzeitigkeit ist daher systemabhängig!*

Das hat Anwendngen z.B. beim Dopplereffekt. Beispiel: Rotverschiebung der Spektrallinien fliehender, sehr entfernter Sterne.

2.4.6 Ruhemasse und dynamische Masse

Was passiert mit einer Masse m, wenn man sie mit konstanter Beschleunigung a beschleinigt? — Es gilt $v = a \cdot t \leq c = a \cdot t_0$. Für $a = 10\ m/s^2$ beträgt dann t_0 etwa eine Zeit in der Grössenordnung eines Jahres. Eine grössere Geschwindigkeit als c kann nicht sein. Was muss somit passieren?

Weil t systemabhängig ist, muss bei gleichmässiger Beschleunigung wegen $a = \dfrac{v}{t}$ auch a systemabhängig sein. Es gilt hier:

$$a_2 = \frac{v}{t_2} = \frac{v}{t_1\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} = a_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$$

$$\Rightarrow\ a_1 = a_2 \cdot \sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}$$

Wenn für einen Beobachter in S_2 die Beschleunigung konstant ist, muss sie daher für einen Beobachter in S_1 abnehmen. Das könnte man sich durch die Annahme erklären, dass eine Widerstandskraft gegen die Beschleunigung auftritt. Wegen $F = a \cdot m$ kann man daher vermuten, dass bei gleichbleibender Kraft F und abnehmender Beschleunigung a für den Beobachter B_1 die Masse zunehmen müsste:

$$F = a_1 \cdot m_1 = a_2 \cdot \sqrt{1-(\frac{v}{c})^2} \cdot m_1 = a_2 \cdot m_2\ \Rightarrow\ m_1 = \frac{m_2}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$$

Kann das Stimmen?

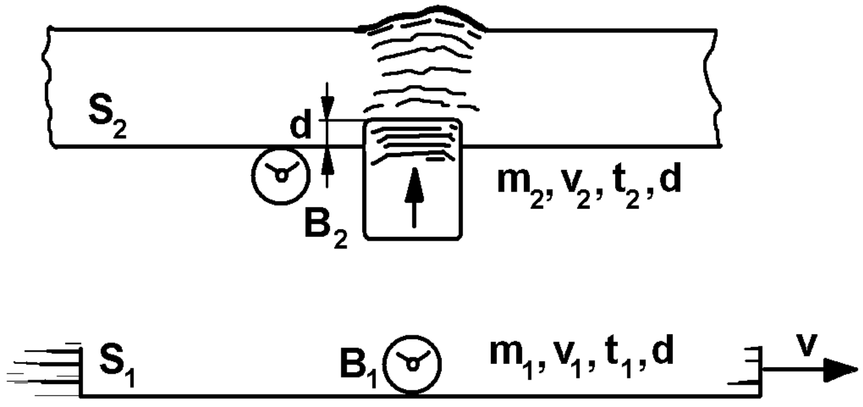


Abbildung 6: Gedankenexperiment zur dynamischen Masse

Wir machen wiederum ein Gedankenexperiment. In einem System S_2 fahre ein Auto der Masse m_2 mit der Geschwindigkeit v_2 senkrecht in Richtung Norden in eine Wand. Dabei wird der Impuls $p_2 = v_2 \cdot m_2$ auf die Wand übertragen und schlägt dabei ein Loch der Tiefe d, die als Mass für den Impuls gelten soll. Ein fast mit Lichtgeschwindigkeit v nach Osten vorbeifliegender Beobachter B_1 (System S_1) registriert eine etwas andere Situation: Einerseits fühlt er sich in Ruhe, das System S_2 mit dem Crash-Auto ist für ihn in Bewegung. Anererseits ist die Lochtiefe d für den vorbeifliegenden Beobachter B_1 dieselbe wie für einen Beobachter B_2 im System S_2, da für beide der Abstand zur Wand nicht ändert und beide sich in Nordrichtung nicht bewegen. Der Impuls muss daher in beiden Systemen derselbe sein: $p_1 = m_1 \cdot v_1 = p_2 = m_2 \cdot v_2$. Nun ist

$$v_1 = \frac{d}{t_1},\;\; v_2 = \frac{d}{t_2} = \frac{d}{t_1\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \;\Rightarrow\; v_1 = \frac{v_2}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$$

Wegen $m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2$ muss daher gelten:

$$m_2 = m_1 \cdot \frac{v_1}{v_2} = m_1 \cdot \frac{v_2}{v_2 \cdot \sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} = \frac{m_1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$$

Nach dem Gefühl des „vorbiefliegenden“ Beobachtes B_1 ist S_1 in Ruhe. Er erfährt das System mit dem Crash–Auto als in Bewegung befindlich. $m_1 := m_0$ nennen wir daher die **Ruhemasse**, die in einem anderen bewegten System nach der folgenden Gleichung zu $m_2 := m'$ wächst:

$$\boxed{m' = \frac{m_0}{\sqrt{1-(\dfrac{v}{c})^2}}}$$

m' heisst die **dynamische Masse**. Auch diese Formel ist experimentell geprüft.

2.4.7 Masse und Energie

Wenn auf eine frei bewegliche Masse m ständig eine Kraft F wirkt, so wird die Masse nach der Formel $F = a \cdot m$ durch die Beschleunigung a beschleunigt. Wir bezeichnen hier die dynamische Masse mit m und die Ruhemasse mit m_0. Wir betrachten vorerst einmal nur kleine Geschwindigkeiten v. Ohne uns mal gross um die letzte Sauberkeit zu kümmern, versuchen einmal rein explorativ mit kleinen Grössen zu rechnen. Die kinetische Energie der Masse nimmt dann nach der folgenden Formel zu: $dE_{kin} = F \cdot ds$ (dE, ds „infinitesimal“klein, entstanden gedacht aus $\Delta E, \Delta s$). Die Kraft F ist in der Physik im allgemeinen Fall die Impulsänderung pro Zeit, d.h. die Ableitung des Impulses $p = m \cdot v$ nach der Zeit t:

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d\,(m \cdot v)}{dt} = \frac{dm}{dt} \cdot v + m \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{dm}{dt} \cdot v + m \cdot a$$

$$\Delta E_{kin} = \int_0^s F\,ds = \int_0^s (\frac{dm}{dt}\cdot v + m\cdot a)\,ds = \int_0^s \frac{dm}{dt}\cdot v\,ds + \int_0^s m\cdot a\,ds = \int_0^s \frac{dm}{dt}\cdot v\,ds\,\frac{dt}{dt} + \int_0^s m\cdot \frac{dv}{dt}\,ds = \int_0^t \frac{dm}{dt}\cdot v\,\frac{ds}{dt}\,dt + \int_0^v m\cdot\frac{ds}{dt}\,dv = \int_0^t \frac{dm}{dt}\cdot v^2\,dt + \int_0^v m\cdot v\,dv = \int_{m_0}^m v^2\,dm + \int_0^v m\cdot v\,dv$$

Nun rechnet man:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \Rightarrow v = c\cdot\sqrt{1-(\frac{m_0}{m})^2} \Rightarrow \frac{dv}{dm} = \frac{c\cdot m_0}{m^3\sqrt{1-(\frac{m_0}{m})^2}} \text{ und}$$

$$v\cdot\frac{dv}{dm} = \frac{c^2\,m_0^2}{m^3} \Rightarrow dm = \frac{v\,m^3}{c^2\,m_0^2}\,dv \rightsquigarrow \Delta E_{kin} = \int_{m_0}^m v^2\,dm + \int_0^v m\cdot v\,dv = \int_{m_0}^m v^2\,dm + \int_{m_0}^m \frac{c^2\,m_0^2}{m^2}\,dm = \int_{m_0}^m (c\cdot\sqrt{1-(\frac{m_0}{m})^2})^2 + \frac{c^2\,m_0^2}{m^2})\,dm = \int_{m_0}^m (c^2\cdot(1-(\frac{m_0}{m})^2) + \frac{c^2\,m_0^2}{m^2})\,dm =$$

$$c^2\cdot\int_{m_0}^m (1-(\frac{m_0^2}{m^2}) + \frac{m_0^2}{m^2})\,dm = c^2\cdot\int_{m_0}^m dm = c^2\cdot(m-m_0) = \Delta m\cdot c^2$$

Wir erhalten also hier eine aus der Literatur sehr, sehr bekannte Formel:

$$\boxed{\textit{Es gilt:}\quad \Delta E_{kin} = \Delta m\cdot c^2 = (m-m_0)\,c^2 \quad\rightsquigarrow\quad m = m_0 + \frac{E_{kin}}{c^2}}$$

Masse ist also Energie! Das zeigt sich bei der Kernspaltung oder der Atomexplosion infolge Kettenreaktion! Der **Massedefekt** Δm ist proportional der oft äusserst grossen freigesetzten Energie: $\Delta E = (m-m_0)\,c^2$. Daher können wir allgemein Masse und Energie als äquivalente Begriffe ansehen und daher auch der **Ruhemasse** m_0 die **Ruheenergie** $E_0 = m_0\cdot c^2$ zuordnen. Das Experiment zeigt, dass Massen vollständig in Energie umsetzbar sind. Z.B. beim Zusammenstoss eines Teilchen mit seinem Antiteilchen (1932 schon beobachtet!). Die **gesamte Energie** bewegter Materie ist:

$$E_g = E_{kin} + m_0\cdot c^2 = m\cdot c^2$$

Umgekehrt ist Energie immer auch Masse, auch wenn sie in einem Feld steckt (Feldenergie). So haben auch Photonen eine Energie und somit eine Masse. Auf Licht wirkt daher auch das Gravitationsgesetz. Ist die Gravitationskraft so gross, dass Licht aus einem Stern nicht mehr entfliehen kann, so spricht man von einem **schwarzen Loch**.

2.4.8 Zeitdehnung in der Nähe grosser Massen

Wir denken uns zwei Beobachter in grosser Entfernung voneinander (mit dem geraden Weg s_1 zwischen ihnen). Sei t_1 die Zeitspanne welche ein Lichtstrahl benötigt, um die

Distanz s_1 zurückzulegen. Nun denken wir uns in der Mitte der beiden Beobachter ein schwarzes Loch mit sehr grosser Masse, welches eben auf seiner Bahn dort angekommen ist. Nun ist es nicht mehr möglich, zwischen den beiden Beobachtern einen Lichtstrahl auf direktem Weg hin und her zu senden, da dieser vom schwarzen Loch absorbiert würde. Da das Licht eine Energieform ist und Energie wegen $E = m \cdot c^2$ zur Masse m äquivalent ist, besitzt ein Lichtteilchen auch die Masse m und wird demzufolge nach dem Gravitationsgesetz vom schwarzen Loch angezogen. Das ergibt nun eine neue Möglichkeit, per Lichtstrahl zwischen den Beobachtern Information auszutauschen. Man kann sich den Lichtstrahl in einem gewissen Winkel zur Achse zwischen den Beobachtern gesendet denken, so dass das schwarze Loch dann den Strahl so ablenken kann, dass dieser auf einem gebogenen Weg vom einen Beobachter zum andern gelangt. Man denke sich die Bahn etwa wie bei einer Wurfparabel. Auf dieser neuen Bahn ist aber der neue Weg s_2 grösser als der alte direkte Weg s_1. Zum neuen Weg gehört die Zeit t_2. Wegen der Konstant der Lichtgeschwindigkeit gilt: $c = \frac{s_1}{t_1} = \frac{s_2}{t_2}$. Daher ist auch t_2 grösser als s_2. Grosse Massen dehnen daher die Reisezeit von vorbeifliegendne Objekten. Man könnte sich nun ein System von schwarzen Löchern vorstellen, das einen Lichtquant so ablenkt, dass er zuerst eine recht grosse Zahl von Spiraldrehungen um die und zwischen den Löchern vollführen muss, bevor er davon wieder los kommt. In diesem Falle würde der Lichtstrahl eine Zeit lang in einer „Falle stecken". Für einen Beobachter aussen wäre er eine gewisse Zeit „eingefrohren"...

Für weitere solche Phänomente und Aspekte von Raum (Weg) und Zeit sei auf die Fachliteratur verwiesen.

2.5 Materiewellen, Quantentheorie, Kosmologie und Weltbild

2.5.1 Dualismus Wellen–Korpuskel

Was ist die Natur des Lichtes? Betrachten wir die Lichtbrechung (z.B. beim Übergang von Luft in Glas). Diese lässt sich durch Wellen erklären. Man spricht von der **Wellennatur** des Lichtes.

1988 beobachtete Heinrich Hertz, dass mit UV-Licht bestrahlte Metalloberflächen Elektronen aussenden (Photoeffekt). Heinrich Lenard konnte später zeigen, dass die kinetische Energie der Elektronen unabhängig ist von der Lichtintensität. Das lässt sich nicht mit Lichtwellen als elektromagnetische Wellen erklären. Es gilt $E_{kin} = \frac{1}{2} m\, v^2 = h\, \nu - W$. W ist eine Materialkonstante, ν die Lichtfrequenz und h das Plancksche Wirkunsquantum. (Max Planck war 1900 erstmals auf h gestossen.) 1905 gelang es Albert Einstein in seinem Artikel „Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt" die Ergebnisse zu deuten: Er ging von der Annahme aus, das Licht bestehe (parallel zu seiner Wellennatur) aus **Photonen** (**Korpuskeln**) der Energie $E = h\, \nu$ (Planckscher Gesetz). Damit war die Dualität Welle–Korpuskel geboren.

Dafür erhielt Einstein 1921 den Nobelpreis. Der scheinbare Widerspruch lässt sich nur lösen, wenn man tiefer in die Physik eindringt (Wahrscheinlichkeitsinterpretation, Wellenpakete etc.).

Da Energie und Masse äquivalent sind, kann man jetzt die Photonenmasse berechnen:

$$E = h\,\nu = m\,c^2 = (m_0 + \frac{E}{c^2})\,c^2$$

Daraus folgt, dass die Ruhemasse des Photons $m_0 = 0$ sein muss. Daher muss auch die Ruheenergie des Photons $E_0 = m_0 \cdot c^2 = 0 \cdot c^2 = 0$ sein! Wir fassen das bisher über das Photon Gesagte zusammen:

> **Konsequenz:** *Ein Beobachter, den wir in Gedanken auf einem Photon zwischen Aussendungs-ort und Ankunftsort reiten lassen, muss feststellen, dass die Übermittlungszeit, die Länge des Übermittlungsweges , die Ruhemasse und die Ruheenergie für ihn alle 0 sind. Das heisst, dass das Photon aus dieser Sicht gar nicht in Erscheinung tritt oder gar nicht existiert. Es ist nur für einen Betrachter ausserhalb des Teilchens durch seine Ankunft wahrnehmbar. Seine Realität kann immer nur durch seine Ankunft wahrgenommen werden, nie aber unterwegs! Damit wird das heimliche Postulat der bedingungslosen Existenz alles physikalisch Wahrnehmbaren in Frage gestellt resp. relativiert.*

Da Photonen eine Masse haben, müsse sie auch einen Impuls $p = m\,v = m\,c$ haben. Für diesen gilt mit der Wellenlänge λ und $c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot \nu$:

$$p = m\,c = \frac{E}{c^2} \cdot c = \frac{\nu \cdot h}{c^2} \cdot c = \frac{\nu \cdot h}{c} = \frac{c \cdot h}{c \cdot \lambda} = \frac{h}{\lambda} \;\Rightarrow\; p = \frac{h}{\lambda}$$

1923 stellte Prinz Louis de Broglie die Hypothese auf, dass diese Wellen–Korpuskel–Dualität auch für Elektronen gelten. Tatsächlich gelang es dann, die Wellennatur der bisher als Korpuskel bekannten Elektronen (Träger der Elementarladung) auch experimentell durch Beugungserscheinungen nachzuweisen (Clinton Davisson, George Thompson). Interessant ist, dass Vater Joseph Thompson den Nobelpreis für den Beweis der Teilcheneigenschaft der Elektronen und Sohn George Thompson 30 Jahre später den Nobelpreis für den Beweis der Welleneigenschaften der Elektronen bekommen hatte!

Man kann das Prinzip von de Broglie auch auf andere Materiearten anwenden und z.B. nach der Formel $E = m\,c^2 = h\,\nu = h\,\frac{c}{\lambda}$ aus der Masse m eines Stückes Materie die Wellenlänge λ oder die Frequenz ν bestimmen ($\rightsquigarrow\; \nu = \frac{m \cdot c^2}{h},\; \lambda = \frac{h}{m \cdot c}$).

2.5.2 Die Unschärferelation

Z.B. bei Elektronen und anderen Teilchen zeigt es sich, dass die Teilchenbahnen wegen den Beugungseffekten nur mit der Genauigeit der de–Broglei–Wellenlänge festlegbar ist. Speziell bei Elektronen ist es nicht möglich, einen Strahl zu erzeugen, in dem die Teilchen einen genau bestimmten Ort (z.B. Durchgangsort durch eine Lochblende mit festgelegter Öffnung) und eine genau bestimmte Geschwindigkeit haben. Werner Heisenberg formulierte die Gegebenheiten mathematisch in den **Unschärferelationen** (hier in der nicht-statistischen Formulierung):

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq h, \quad \Delta E \cdot \Delta t \geq h$$

Solche Gesetze schränken die Genauigkeit der Berechenbarkeit des Ablaufs von Naturvorgängen ein. Vor allem aber werden die oben gemachten Überlegungen für $t_2 = 0$ und $s_2 = 0$ bei einem Lichtquant wieder relativiert.

Heisenberg (1901-1076) fiel an der Abschlussprüfung in Physik fast durch. Zusammen mit Max Born und Pascual Jordan entwickelte er 1926 die Quantentheorie (heute Quantenmechanik). 1927 stellte er die Unschärferelation auf. 1932 erhielt er den Nobelpreis. Ein Beitrag stammt auch von Schrödinger (Wellenmechanik), der 1933 den Nobelpreis erhielt.

Schon Immanuel Kant hat von der philosophischen Seite her gefolgert, dass ein Subjekt nie ganz Objekt der Erkenntnis sein kann. Objektive Erkenntnis ist immer nur in einem eingeschränkten Rahmen von Voraussetzungen und Begriffen möglich. Entfernt man den Rahmen, so fällt man ins Bodenlose. Kant unterscheidet zwischen „meiner Welt“ , der subjektiv wahrgenommenen Welt also, und „der Welt an sich“, der so gedachten objektiven Welt, die in letzter Konsequenz sich der Wahrnehmung immer entzieht. Kant zeigt so die **Grenzen der Erkenntnis**. Heisenberg hat nun Grenzen der Erkenntnis in der Mikrowelt der physikalisch messbaren Grössen mit einem mathematisch formulierten Gesetz sichtbat gemacht. Damit werden diese Grössen als gut gemeinte Begriffsbildungen entlarvt, deren Sinnhaftigkeit bei genauerem Studium an Grenzen stösst.

2.5.3 Ausblick auf die Teilchenstruktur der Materie

Demokrit postulierte schon in der Antike, dass sich die Materie aus Atomen (unteilbaren Teilchen) zusammensetzt.
Dalton (bekannt als der erste Chemiker, Bierbrauer) fand das Gesetz der konstanten und multiplen Proportionen, was auf kleinste Einheiten schliessen lässt.
1885 entdeckte der Gymnasiallehrer **Balmer** aus Basel die Balmer–Serie (Spektrallinienserie im Wasserstoff). Damit beginnt die **Atomphysik**.
1909 entdeckte Ernest **Rutherford** den Atomkern aufgrund von Streuexperimenten. Sein Atommodell hat die Struktur eines Planetensystems (Kern, kreisende Elektronen).

Nach Niels **Bohr** (ca. 1913) ist die nächste Verfeinerung des Atommodells benannt. In ihm können sich die Elektronen nur auf bestimmten Bahnen bewegen, die eine sogenannte „Quantenbedingung“ erfüllen (**Quanten** sind kleinste Einheiten). Bei stehenden Elektronenwellen ist der Bahnumfang ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge. Man spricht schon von der Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Teilchens, die zeitlich nicht ändert. Wegen der Unschärferelation verliert das Modell für kleine Bahnen aber den Sinn.
In der nächsten Verfeinerung operiert man mit dem Begriff des Orbitals. Ein Bereich mit hoher Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons heisst Orbital $\leadsto$ **Orbitalmodell**.

In der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts ist klar geworten, dass die Atome eine innere Struktur besitzen. Man hat dann nach und nach entdeckt, dass die Teilchen, welche diese innere Struktur ausmachen (z.B. Kern: Protonen und Neutronen) wieder eine innere Struktur haben. Auf diese Weise gelangt man zu den Elementarteilchen, welche man sich heute wiederum aus den Quarks aufgebaut denkt. Das Atom, das Unteilbare, ist also teilbar geworden — zum Nutzen und zum Schaden der Menschen, wie man auch aus den nie endenden Energiediskussionen weiss.

2.5.4 Ausblick auf die Kosmologie

Stand um die Jahrhundertwende

Heute wissen wir aus den Beobachtungen und ihren plausibelsten Erklärungshypothesen auf der Grundlage der Physik und der Mathematik sehr viel über das für uns vorläufig unerreichbar ferne Weltall. Die wichtigsten Punkte seien hier zusammengefasst:

1. Es gibt noch andere Sonnensysteme, die Planeten besitzen. Wir sind nicht die einzigen.

2. Sterne oder Sonnen haben eine beschränkte Lebensdauer. Sie haben eine Geburt aus einer Gaswolke und später einmal einen Tod als weisser Zwerg, Neutronenstern oder als schwarzes Loch.

3. Unsere Sonne ist in der Klassifikation im Herzsprung–Russel–Diagramm (Spektraltyp–Temparatur–Beziehung) ein G5 –Stern im mittleren Lebensalter. Später wird sie sich einmal zu einem roten Riesen ausdehnen und dann auch die Erdbahn mitsamt der Erde schlucken, bevor die später dann kollabiert.

4. Viele Sterne als Gruppe können Sternhaufen diverser Art bilden. Sternhaufen bilden wiederum lokale Haufen und dann Galaxien diverser Art. Wir gehören zur Galaxie der Milchstrasse, die noch niemand von aussen gesehen hat. Dass die Milchstrasse eine Galaxie ist, wurde von Becker in Basel durch Abstandsvermessungen an sehr vielen Sternen festgestellt. Im Diagramm werden so Spiralarme sichtbar. Wir sind also in einer Spiralgalaxie zuhause.

5. Viele Galaxien bilden Galaxienhaufen. (Wir gehören zum Virgo–Haufen.) Man kann auch Superhaufen finden. Schliesslich bildet das Ganze den Kosmos.

6. Je entfernter eine Galaxie ist, desto stärker sind die Spektrallinien ins Rote verschoben. Mit Hilfe des Doppler–Effektes erklärt man die Rotverschiebung durch eine Fluchtbewegung. Die Fluchtgeschwindigkeit kann man berechnen. Das Hubbelsche Entfernungsgesetz sagt, dass die Fluchtgeschwindigkeit mit dem Abstand etwa proportional zunimmt. Grenzgeschwindigkeit ist aber die Lichtgeschwindigkeit. Auf diese Weise kommt man zum Begriff des Radius des Universums.

7. Rechnet man aus dem Radius des Universums und der Fluchtgeschwindigkeit c die Fluchtzeit zurück, so kommt man zum Begriff des Alters des Universums. An den Beginn stellt man den Urknall.

8. Die Frage, ob sich das Universum in alle Ewigkeit ausdehnen wird — oder ob es einmal wieder in sich zusammenfallen wird, letztlich also auch eine Frage nach der kinetischen und der potentiellen u.s.w. Energie — ist in den letzten Jahren beantwortet worden: Das Universumm wird sich immer ausdehnen und somit ausdünnen. (Doch inzwischen gibt es schon wieder eine Verfeinerung der Theorie die besagt, dass sich das Universum nach dem Ausdünnen wieder zusammenziehen wird und vermutlich dann wieder kollabiert.)

9. Ein Blick an das Firmament ist für uns immer ein Blick in die Vergangenheit. Denn das Licht, dass im Moment in unser Auge fällt, war während der Zeit $t = \frac{s}{c}$ unterwegs, kommt also aus der Vergangenheit. Diese Vergangenheit ist umso ferner, je weiter das Licht herkommt. Wäre es seit dem Urknall unterwgs, so müsste man also den Urknall sehen, und dies in allen Richtungen! Das aber geht leider nicht, weil damals die physikalischen Realitäten anders waren. Es gab insbesondere noch keine Sterne und Galaxien, die Licht ausgesendet haben, denn diese haben sich erst später gebildet. Will man diese Dinge verstehen, so muss man sich tiefer in die Theorie einarbeiten.

10. Die Frage, ob nicht neuere Messungen und feinere Beobachtungen uns irgendwann einmal zu einem verfeinerten Modell des Universums zwingen, ist von der Natur der Frage her eine immer ungelöste Frage. Denn wir kennen immer nur die Resultate der Messungen der Vergangenheit mit Bestimmtheit, nie aber die Resultate der Messungen der Zukunft.

11. Alle diese Einsichten sind nicht möglich aufgrund direkter Wahrnehmung. Es handelt sich immer um Deduktionen mit Hilfe der Mathematik aus Modellen resp. Axiomensystemen (Axiome sind hier physikalische Annahmen). Sie stimmen nur solange, wie auch die Mathematik stimmt und die verwendete Mathematik auch die richtige ist für den betrachteten Fall — und auch nur solange, als die Axiome gültig sind. Vor allem ist die Annahme, dass überall die gleichen Naturgesetze gelten, ein Axiom, das bisher nur auf der Erde resp. in der näheren Sonnenumgebung überprüfbar war.

12. Wer mehr über diese Dinge erfahren und auch mitreden will, der hat ein Studium vor sich.
    Jedoch ist kaum bestreitbar, dass mit dem Alter, der Grösse, der Masse und der künftigen Ausdünnungsdauer des Universums auch die Grenzen der makroskopischen physikalischen Welt sichtbar gemacht sind. Auch hier stellt sich schliesslich die Frage der Sinnhaftigkeit der Begriffsbildungen des Mikrokosmos bei der Anwendung auf den Makrokosmos.

Paradoxien und Lösungsvorschläge

Nimmt man an, das Weltall sei in jede Richtung unendlich und die Sterne ewig, so sieht man sich sehr rasch mit fürchterlichen Paradoxien konfrontiert. Dies bleibt auch so, wenn man die gemachten Grundannahmen nur zum Teil einschränkt.

1. **Das Paradoxon von Johannes Kepler und Willhelm Olbers:** Nimmt man an, das Weltall sei in jede Richtung unendlich und die Sterne ewig, so müsste man in jeder beliebigen Richtung am Himmel einmal auf einen Stern treffen. Summiert man die so entstehende Helligkeit auf, so müsste der Nachthimmel in jedem Punkt mindestens so hell erscheinen wie die Sonne am Tag. Das stellen wir aber nicht fest.

2. **Das Paradoxon von Isaac Newton:** Gäbe es im Weltall seit ewig unendlich viele Sterne und daher unendlich viele Massen, so würden wegen diesen Massen bei uns unendlich grosse Anziehungskräfte resultieren. Alles würde zerrissen! Das stellen wir eben nicht fest.

3. **Das Paradoxon von Ernst Mach:** Erklärt man das Trägheitsgesetz durch die Massen ferner Sterne und Galaxien, so würden bei unendlich vielen Sternen die Trägheitskräfte unendlich. Es gäbe keine Bewegung. Alles stünde still! Das stellen wir auch nicht fest.

4. **Das Paradoxon von Lichtgeschwindigkeit, Wellenlänge und Zeit:** Bisher konnten durch Messung keine Wellenlängen über einer gewissen grössten Länge gefunden werden. Man müsste daher annehmen, dass die Wellenlängen beschränkt sind. Wenn es so eine grösste Wellenlänge gibt, gibt es wegen $c = const. = \dfrac{\lambda}{T} = \lambda \cdot \nu$ auch eine grösste Zeit T und daher eine kleinste Frequenz ν, in Widerspruch zur Ewigkeit der Zeit in beide Richtungen.

5. **Der Lösungsvorschlag von Edgar Allan Poe:** (Poe war auch Kosmologe, nicht nur Schriftsteller.) Obige Paradoxien sind entschäfbar, wenn man annimmt, dass das Alter des Weltalls nicht unendlich ist. Wir gelangen so zur Idee des Urknalls.

6. **Der Lösungsvorschlag von Bernhard Riemann:** Eine wesentliche Entdeckung des 19. Jahrhunderts war, dass es verschiedene Geometrien gibt. Dass unsere Welt nach der euklidschen Geometrie funktioniert, ist keine Tatsache, sondern bloss eine Annahme. Es könnte auch anders sein. Der vierdimensionale Raum (inkl. Zeit)

könnte gekrümmt sein (z.B. analog einer Kugeloberfläche). Der Raum könnte daher endlich sein, gleichwohl aber unbegrenzt.

7. **Der Lösungsvorschlag von David Hilbert und Albert Einstein:** Diese hatten es geschafft, eine Formel zu berechnen, die den gekrümmten Raum beschreibt. Die Krümmung ist dabei eine Folge der Massenverteilung, welche jedoch nur durch Messung gefunden werden kann. Heute ist man aufgrund der Kenntnisse der Ansicht, dass der Raum sehr wenig gekrümmt ist.

8. **Der Lösungsvorschlag von Schwarzschild:** Der Raum könnte „verschlungen", d.h. die Krümmung nicht überall gleich sein.

9. **Der Lösungsvorschlag von Luminet und Jeff Weeks:** Der vierdimensionale Raum könnte „sechsfach verschlungen" sein. So wie man einen Torus (Ring) aus Papier durch vorausgehendes Verkleben zu einer Röhre und nachgängiges Verkleben zu einem Ring gewinnen kann, d.h. durch zweimaliges Verkleben, müsste man hier sechsmal verkleben. Statt einmal zu verkleben kann man auch am Papierende je einen Spiegel, also zwei Spiegel anbringen. Man erhält so als Bewohner auf dem Papier ein analoges Bild. Bei sechsmaligem Verkleben führt das zu sechs Achsen mit je zwei Spiegeln, also zu zwölf Flächen. Das Modell dazu in der Dimension drei ist der Dodekaeder(!).

Dem Architekten sollte nun die folgende Frage sehr wichtig sein: Wie tangieren diese Weltsichten bewusst oder unbewusst die Architektur? — Eines kann der Architekt sicher nie, nämlich aus der Realität austreten. Er ist immer irgendwie ein Kind seiner Zeit, tangiert von den Weltbildern, die zu seiner Zeit gehören.

Zentral im aktuellen Weltbild ist die Erkenntnis und die Bezifferbarkeit der Grenzen des physikalischen Makro– und auch des Mikrokosmos vor dem Hintergrund der bereits abgesteckten Grenzen der Erkenntnis und der Begrifflichkeit (im Vergleich zu den „Chiffern" Jaspers). Dabei mutet es seltsam an, des gerade jetzt, in dieser unseren Zeit, auch die Grenzen des Menschen auf dem Planeten Erde ins Scheinwerferlicht der Aktualität treten: Bewusst geworden sind ebenso die ökologischen Grenzen, die Grenzen der Verdreckung, der Ernährbarkeit, der Reserven, des Wohlstandes, des Wachstums, die Grenzen der Abgrenzbarkeit diverser Kulturen, und die Grenzen der Beschränkbarkeit von Konflikten vor dem Abgrund zur totalen Vernichtung und so fort.

Neuere Erkenntnisse (Februar 2003) finden sich auf:

http://www.rowicus.ch/Wir/News/Kosmologie.pdf oder

http://map.gsfc.nasa.gov/

2.6 Rückblick auf die Ursprünge mathematischer Begriffsbildungen

Man kann sich nun rückblickend fragen, wie der Mensch denn dazu gekommen sein mag, überhaupt mathematische Begriffe wie Zahlen, oder geometrische Objekte, zu bilden. Sicher ist die Entwicklungsstufe solcher Begriffsbildungen kulturabhängig. Jedoch kennen wir vermutlich keine Kultur, die keinen Ansatz etwa zum Zahlbegriff entwickelt hat, obwohl je nach Nutzen der beobachtbare Fortschritt gross oder klein ist. Am Polarkreis z.B., wo die Menschen im ständigen Kampf gegen Kälte und Eis nur wenige Dinge ansammeln konnten und immer nur wenige Tiere zum Essen gejagt hatten, denn viele konnten sie nicht schleppen, kennt man teils in den Sprachen nur Ausdrücke für die ersten Zahlen. Weitere, grössere Zahlen waren ja nutzlos. In unseren Breiten dagegen war es nützlich, wenn auch vorerst nur theoretischer Art, sogar unendliche Mächtigkeiten zu denken und damit zu arbeiten. Der Mensch hat also die mathematischen Begriffe bedarfsabhängig entwickelt.

Es ist gut vorstellbar — und aus Plausibilitätsgründen auch zu vermuten, dass der Mensch die mathematischen Grundbegriffe vorerst aus der Wahrnehmung abgeleitet hat. Geometrische Grundgebilde wie Punkt, Gerade, Kreis, Ebene, Raum beruhen aus dieser Sicht auf dem Gesichtssinn und der Fähigkeit der Bewegung, des Durchschreiten des Raumes und der daraus folgenden Urerfahrungen. Symmetrie hätte daher seine begrifflichen Wurzeln im Gleichgewichtssinn sowie in der durch den Gesichtssinn gegebenen Fähigkeit zum Vergleich. Zahlen wiederum haben in dieser Sichtweise ihren Geburtsort im Rhythmus, z.B. gegeben durch die Atmung oder den Herzschlag. Andererseits vielleich auch im Gesichtssinn: Infolge der Fähigkeit zur Unterscheidung von Objekten, also infolge der Urteilsfähigkeit, oder infolge der Fähigkeit zur Zusammenfassung, zum „Zusammensehen“ von Objekten oder auch in der Fähigkeit zur abfolgeartigen Identifikation von Dingen. Historisch gesehen mag der Prozess der Teilung einer Einheit, oder einer Sache, zu den natürlichen Zahlen geführt haben bevor der Prozess des ständigen Anreihens oder Weiterschreitens zentral wurde, wie etwa bei Perlen auf einer Schnur ohne Ende. Das kann die späte Entdeckung der Null als Zahl erklären. Teilen ist zudem moralischer als anhäufen.

Jedoch der Schritt vom prozesshaft durch zählen gewonnenen Unendlichen, der Schritt also vom Unendlichen von der Art der natürlichen Zahlen zum Unendlichen hin von der Art der Mächtigkeit der reellen Zahlen zwischen 0 und 1, kann nicht aus der endlichen materiellen physikalischen Welt begründet werden, denn diese bleibt immer endlich. Unendliche Mächtigkeiten verschiedener, unvergleichbarer Stufen zu erkennen wie etwa die erwähnten natürlichen Zahlen oder reellen Intervalle, bedarf neu des Willens zur Abstraktion, zur Bildung neuer Begriffe, aufgrund eines reifen Urteils. Ebenso reicht die Hoffnung ins Unendliche, wenigstens zeitlich. Ähnlich verhält es sich mit unendlich ausgedehnten Gebilden in der Geometrie (Geraden, Ebenen u.s.w.) und unendlich fernen Gebilden in der projektiven Geometrie. Wille, Urteil und Modell mögen in der endlichen Welt gereift sein, doch reicht die Erkenntnis der verschiedenen Unendlichkeiten dann durch den Prozess der Abstraktion über diese endliche Welt hinaus in eine andere, nicht mehr durch das Endliche abschliessend begründbare Begriffswelt, die daher keine materielle mehr sein kann. Man mag sie, sofern man will, eine Welt der geistigen Objekte oder Realitäten nennen. Durch den Tatbeweis steht jedoch fest, dass der Mensch durch Abstraktion den Sprung in eine höhere Organisationsform schafft, die in der materiellen Wirklichkeit nach heutigem Wissensstand keine physikalische Entsprechnung mehr findet. Oder doch? Und wenn ja, dann wo?

Neugierig machen einem diese Fragen allemal, und staunen können wir über die Resultate. Wir erfahren hier etwas über die Grenzen unserer Erkenntnismöglichkeiten, wir schreiten, doch noch halbwegs begreifend, ins „Umgreifende". Weiter kommen wir dort nur, wenn wir uns keine Bilder mehr machen, die ja immer aus der materiellen, physikalischen Erfahrungswert entlehnte Bilder sind; wenn wir also abstrakt, abstrahiert vom Bildhaften, nach unseren Möglichkeiten nur noch formal, weiterschreiten im Vertrauen auf das schon errichtete Fundament...

ENDE CRASH–KURS

Notizen: