

Inhaltsverzeichnis • Table des matières

| | |
|--|----------|
| 1 Organisatorisches — Quant à l'organisation | 1 |
| 2 Reelle Funktionen — Fonctions réelles | 3 |
| 2.1 Grundlagen — Fondements | 3 |
| 2.1.1 Einführung — Introduction | 3 |
| 2.1.2 Anschaulicher Funktionsbegriff — Version simple de la notion de fonction | 3 |
| 2.1.3 Zahlen — Nombres | 4 |
| 2.1.4 Standardkoordinatensysteme — Systèmes de coordonnées standard | 4 |
| 2.1.5 Einteilung reeller Fkt. — Distinction des fct. réelles | 5 |
| 2.1.6 Definitions- und Wertebereiche — Domaines de définition et de valeur | 5 |
| 2.1.7 Gleichheit von Funktionen — Egalité de fonctions | 6 |
| 2.2 Einige Standardfunktionen — Quelques fonctions standard | 6 |
| 2.2.1 Einige algebraische Typen — Quelques types algébriques | 6 |
| 2.2.2 Einige Eigenschaften — Quelques qualités | 12 |
| 2.2.3 Umkehrabbildungen — Applications inverses | 22 |
| 2.2.4 Transzendente Funktionen — Fonctions transcendentes | 24 |
| 2.3 Reelle Zahlen und Folgen — Nombres réels et suites | 30 |
| 2.3.1 Darstellungsarten — Façons de représentation | 30 |
| 2.3.2 Zahlenerweiterung — Elargir les ensembles de nombres | 32 |
| 2.3.3 Das Problem der Mächtigkeiten — Le problème de la puissance | 34 |
| 2.3.4 Weitere Resultate — D'autres résultats | 37 |
| 2.3.5 Folgen — Suites | 39 |
| 2.3.6 Nullfolgen — Suites vers zéro | 40 |
| 2.3.7 Stetige Verzinsung — Continuellement rapporter des intérêts | 54 |
| 2.4 Grenzwerte bei Funktionen — Valeurs limites de fonctions | 55 |
| 2.4.1 Konvergenz bei Funktionen — Convergence de fonctions | 55 |
| 2.4.2 Einseitige Limites — Limites unilatérales | 57 |
| 2.4.3 Stetigkeit — Continuité | 58 |
| 2.4.4 L -Stetigkeit — "Continuité L " | 60 |
| 2.4.5 Eigenschaften stetiger Funktionen — Qualités de fonctions continues | 61 |
| 2.4.6 Anwendung auf Graphen — Applications à des graphes | 63 |
| 2.4.7 Schranken, Grenzen, Extrema — Bornes, limites, extréma | 63 |
| 2.4.8 Gleichmässige Stetigkeit — Continuité uniforme | 65 |
| 2.5 Simulation mit rekurs. Folgen — Simulation av. d. suites récurr. | 68 |
| 2.5.1 Beispiel: Linearer Naturschutzes — Exemple: Protect. de la nature linéaire | 68 |
| 2.6 Landau-Symbole und Fibonacci — Le symboles de Landau et Fibonacci | 73 |
| 2.6.1 Landaus 'O'-Symbol — Le symbole 'O' de Landau | 73 |
| 2.6.2 Benchmark, Fibonacci — Benchmark, Fibonacci | 74 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 3 | Differentialrechnung — Calcul différentiel | 79 |
| 3.1 | Problemstellung — Problématique | 79 |
| 3.1.1 | Vorbemerkung — Fondements | 79 |
| 3.1.2 | Das Problem der Tangentensteigung — Le problème de la pente de la tangente | 79 |
| 3.1.3 | Die Begriffe — Les notions | 79 |
| 3.1.4 | L -Differenzierbarkeit — "Dérivable L " | 82 |
| 3.1.5 | Einfache Beispiele — Exemples simples | 83 |
| 3.1.6 | Höhere Ableitungen — Dérivées supérieures | 84 |
| 3.1.7 | Diff'barkeit und Stetigkeit — Dérivabilité et continuité | 85 |
| 3.1.8 | Links- und rechtsseitige Diff'barkeit — Dérivabilité de gauche et de droite | 86 |
| 3.2 | Der Kalkül — Le calcul | 87 |
| 3.2.1 | Grundlagen, Potenzfunktion — Fondements, fonction puissance | 87 |
| 3.2.2 | Linearität — Linéarité | 87 |
| 3.2.3 | Wichtige Regeln — Des règles importantes | 89 |
| 3.2.4 | Ableitung wichtiger Funktionen — Dérivées de fonctions importantes | 94 |
| 3.2.5 | Tangenten und Normalen an Graphen — Tangentes et normales aux graphes | 98 |
| 3.2.6 | Der Mittelwertsatz — Le théorème des accroissements finis | 99 |
| 3.3 | Extremalprobleme — Problèmes d'extréma | 100 |
| 3.3.1 | Extrema — Extréma | 100 |
| 3.3.2 | Wendepunkte — Points d'inflexion | 102 |
| 3.3.3 | Kurvendiskussion — Discussion de graphes | 105 |
| 3.4 | Die Regel von Bernoulli — La règle de Bernoulli | 106 |
| 3.4.1 | Herleitung der Regel — Déduction de la règle | 106 |
| 3.4.2 | Ausdehnung der Regel — Extension de la règle | 107 |
| 3.4.3 | Wichtige Beispiele — Exemples importants | 108 |
| 3.5 | Anwendungen — Applications | 110 |
| 3.5.1 | Kurvenform bei der Eisenbahn — Forme du virage du chemin de fer | 110 |
| 3.5.2 | Weitere Beispiele — D'autres exemples | 110 |
| 4 | Integralrechnung — Calcul intégral | 111 |
| 4.1 | Inhalte krumml. begr. Flächen — Aires de surf. au bord courbe | 111 |
| 4.1.1 | Die Idee der Approximation — L'idée de l'approximation | 111 |
| 4.1.2 | Das Riemannsche Integral — L'intégrale de Riemann | 116 |
| 4.2 | Kriterien und Eigenschaften — Critères et Qualités | 118 |
| 4.2.1 | Integrationskriterien — Critères pour l'intégrabilité | 118 |
| 4.2.2 | Eigenschaften bestimmter Integrale — Qualités d'intégrales définies | 120 |
| 4.3 | Der Kalkül — Le calcul | 126 |
| 4.3.1 | Stammfunktionen — Fonctions antidérivées | 126 |
| 4.3.2 | Hauptsatz der Infinitesimalrechnung — Théorème principal du calcul infinitésimal | 128 |
| 4.3.3 | Uneigentliche Integrale — Intégrales impropres | 131 |
| 4.3.4 | Integrationsregeln — Règles d'intégration | 133 |
| 4.3.5 | Partielle Integration — Intégration partielle | 134 |
| 4.3.6 | Substitutionen — Substitutions | 136 |
| 4.3.7 | Partialbruchzerlegung — Décomposition en fractions partielles | 138 |
| 4.4 | Anwendungen, Beispiele — Applications, exemples | 140 |
| 4.4.1 | Rechenbeispiele — Exemples de calcul | 140 |
| 4.4.2 | Kurven in Polarkoordinaten — Courbes en coordonnées polaires | 141 |
| 4.4.3 | Kurvenlängen — Longueurs de courbes | 141 |
| 4.4.4 | Elementare Linienintegrale — Intégrales curvilignes élémentaires | 145 |
| 4.4.5 | Flächen unter Vektorkurven — Surfaces sous des courbes vectorielles | 148 |
| 4.4.6 | Rotationskörper — corps de révolution | 149 |
| 4.4.7 | Schwerpunkte und Guldin — Centres de gravité et Guldin | 150 |
| 4.4.8 | Trägheitsmoment — Moment d'inertie | 151 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 4.4.9 | Physikalische Anwendungen — Applications en physique | 153 |
| 4.4.10 | Die Bedeutung des arsinh — La signification de l' arsinh | 154 |
| 4.4.11 | Die Gamma-Funktion — La fonction gamma | 154 |
| 4.4.12 | Die Irrationalität von π — L'irrationalité de π | 156 |
| 5 | Etwas Numerik — Un peu de mathématique numérique | 159 |
| 5.1 | Algorithmen — Algorithmes | 159 |
| 5.2 | Iterative Lös. v. Gleich'syst. — Solution d. syst. d'équ. p. itér. | 159 |
| 5.2.1 | Beispiel aus der Algebra — Exemple de l'algèbre | 159 |
| 5.3 | Nullstellenapproximation — Approximation de zéros | 160 |
| 5.3.1 | Intervalleingrenzung — Emboîtement d'intervalle | 160 |
| 5.3.2 | Tangentenmethode — Méthode de la tangente | 161 |
| 5.3.3 | Eine Anwendung — Une application | 162 |
| 5.3.4 | Sekantenmethode — Méthode de la sécante | 162 |
| 5.3.5 | Fixpunktmethod — Méthode du point fixe | 163 |
| 5.3.6 | Korrigierte Fixpunktmethod — Méthode corrigée du point fixe | 166 |
| 5.3.7 | Fixpunktmethod für Systeme — Méthode du point fixe pour systèmes | 169 |
| 5.4 | Interpolationspolynome — Polynômes d'interpolation | 169 |
| 5.4.1 | Probleme — Problèmes | 169 |
| 5.4.2 | Begriff — Notion | 169 |
| 5.4.3 | Zum Hornerschema — Quant au schéma de Horner | 170 |
| 5.4.4 | Darstellung von Lagrange — Représentation de Lagrange | 170 |
| 5.4.5 | Abschätzung und Runge-Effekt — Estimation et effect de Runge | 171 |
| 5.4.6 | Darstellung von Newton — Représentation de Newton | 173 |
| 5.4.7 | Zum Aitken-Neville-Algorithmus — Quant à l'algorithme de Aitken-Neville | 173 |
| 5.4.8 | Hermite-Interpolation, Splines — Interpolation d'après Hermite, splines | 175 |
| 5.4.9 | Splines — Splines | 177 |
| 5.4.10 | Ausblick: Bezier-Kurven — Annexe: Courbes de Bézier | 181 |
| 5.5 | Numerische Differentiation — Différentiation numérique | 183 |
| 5.5.1 | Graphische Methode — Méthode graphique | 183 |
| 5.5.2 | Polynommethod — Méthode polynomiale | 184 |
| 5.5.3 | Method der Binomialkoeffizienten, $f^{(n)}$ — Méthode des coefficients binomiaux, $f^{(n)}$ | 185 |
| 5.5.4 | Method der zentralen Differenzen — Méthode des différences centrales | 186 |
| 5.6 | Numerische Integratiion — Intégration numérique | 189 |
| 5.6.1 | Rechteckmethod — Méthode des rectangles | 189 |
| 5.6.2 | Trapezmethod — Méthode du trapèze | 190 |
| 5.6.3 | Polynommethod — Méthode de polynômes | 191 |
| 5.6.4 | Simpsonmethod — Méthode de Simpson | 191 |
| 5.6.5 | Der Rombergalgorithmus — L'algorithme de Romberg | 192 |
| 5.6.6 | Die Integrationsformel von Gauss — La formule d'intégration de Gauss | 193 |
| 6 | Reihen — Séries | 195 |
| 6.1 | Zahlenfolgen — Suites de nombres | 195 |
| 6.1.1 | Bekannte Begriffe — Notions connues | 195 |
| 6.1.2 | Spezielle Folgen — Suites spéciales | 196 |
| 6.1.3 | Konvergenzprobleme — Problèmes de convergence | 200 |
| 6.2 | Reihen, Zahlenreihen — Séries, séries de nombres | 201 |
| 6.2.1 | Gegenstand, Motivation — Sujet, motivation | 201 |
| 6.2.2 | Spezielle Reihen — Séries spéciales | 202 |
| 6.2.3 | Konvergenzkriterien — Critères de convergence | 204 |
| 6.2.4 | Arithmetik mit Reihen — Arithmétique de séries | 211 |
| 6.2.5 | Rechnen mit Reihen — Calculer avec des séries | 212 |
| 6.2.6 | Interessante Beispiele — Exemples intéressants | 216 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 6.2.7 | Weitere Kriterien — D'autres critères | 217 |
| 6.3 | Folgen und Reihen von Fkt. — Suites et séries de fonct. | 218 |
| 6.4 | Funktionenreihen — Séries de fonctions | 218 |
| 6.5 | Gleichmässige Konvergenz — Convergence uniforme | 218 |
| 6.5.1 | Problem und Definition — Problème et définition | 218 |
| 6.5.2 | Gleichm. Konvergenz v. Fkt'reihen — Conv. uniforme de séries de f'cts | 220 |
| 6.5.3 | Gleichmässige Konv. u. Vertauschungssätze — Conv. unif. et théorèmes d'échang. | 223 |
| 6.6 | Potenzreihen — Séries de puissances | 226 |
| 6.6.1 | Theorie: Begriffe, Sätze — Théorie: Notions, théorèmes | 226 |
| 6.6.2 | Praxis: Potenzreihenentwicklung — Pratique: Développement en séries de puiss. | 230 |
| 7 | Diff'rechn. im 'R-n' — Calcul diff. dans le 'R-n' | 241 |
| 7.1 | Funktionen m. mehreren Var. — Fonct. à plusieurs variables | 241 |
| 7.1.1 | Beispiele — Exemples | 241 |
| 7.1.2 | Definitionsbereiche — Domaines de définition | 242 |
| 7.1.3 | Funktionsstypen — Types de fonctions | 244 |
| 7.1.4 | Aspekte der Darstellung — Aspects de la représentation | 245 |
| 7.2 | Stetigkeit — Continuité | 247 |
| 7.2.1 | Das neue Problem — Le problème nouveau | 247 |
| 7.2.2 | Stetigkeitsdefinition — Définition de la continuité | 248 |
| 7.3 | Partielle Ableitungen — Dérivées partielles | 252 |
| 7.3.1 | Ableitungsarten — Manières de définir une dérivée | 252 |
| 7.3.2 | Partielle Ableitungen — Dérivées partielles | 253 |
| 7.3.3 | Höhere partielle Ableitungen — Dérivées partielles supérieures | 253 |
| 7.3.4 | Eigenschaften partieller Ableitungen — Qualités de dérivées partielles | 254 |
| 7.4 | Differential — Différentielle | 256 |
| 7.4.1 | Situation b. F'kt. m. nur einer Variablen — Situation p.l. f'ct. à u. seule var. | 256 |
| 7.4.2 | Situation b. F'kt. m. zwei und mehr Var. — Situation p. l. f'ct. à deux et plus var. | 258 |
| 7.4.3 | Verallgemeinerung der Differenzierbarkeit — Généralisation de la dérivabilité | 264 |
| 7.4.4 | Zum Gradienten — Quant au gradient | 265 |
| 7.4.5 | Tangentialebenen, Potenzreihenentw. — Plans tangentiels, séries de puissances | 268 |
| 7.4.6 | Bemerkungen zum totalen Differential — Remarques quant à la différentielle totale | 269 |
| 7.4.7 | Die Kettenregel — La règle conjointe | 271 |
| 7.5 | Anwendungen — Applications | 273 |
| 7.5.1 | Verpflanzung von Differentialoperatoren — Transposition d'opérateurs différentiels | 273 |
| 7.5.2 | Totale Ableitung — Dérivée totale | 274 |
| 7.5.3 | Anwendung auf implizite Funktionen — Application aux fonctions implicites | 274 |
| 7.5.4 | Extremalprobleme — Problèmes d'extréma | 275 |
| 7.5.5 | Klassifikation von Kegelschnitten — Classifications des sections de cônes | 277 |
| 7.5.6 | Extremalprobl. m. Nebenbed. — Probl. d'extréma avec cond. séc. | 279 |
| 7.5.7 | Newton-Approximation b. mehreren Var. — Approx. d. Newton pour plusieurs var. | 280 |
| 7.5.8 | Fehlerrechnung — Calcul de l'erreur | 281 |
| 7.5.9 | Linearisierungen — Linéarisations | 283 |
| 7.6 | Das Prinzip d. kleinsten Quad. — Le principe d. carrés min. | 283 |
| 7.6.1 | Regression — Régression | 283 |
| 7.6.2 | Methode der kleinsten Quadrate — Méthode des carrés minimaux | 284 |
| 7.6.3 | Korrelation — Corrélation | 288 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 8 | Integrale im 'R-n' — Intégrales d.l. 'R-n' | 291 |
| 8.1 | Integration von Integralen — Intégration d'intégrales | 291 |
| 8.1.1 | Gewöhnl. Integr. als F'kt. eines Param. — Intégr. simpl. comme f'ct. d'un param. | 291 |
| 8.1.2 | Übergang zu Doppelintegralen — Passage aux intégrales doubles | 293 |
| 8.1.3 | Vertauschbarkeit v. Integr. u. Diff. — Echang. de l'intégr. e.d.l. diff. | 294 |
| 8.2 | Mehrfachintegale: Begriff. . . — Intégrales multiples: Notion | 297 |
| 8.2.1 | Konzept — Concept | 297 |
| 8.2.2 | Gebietszerlegungen — Partition d'une région | 297 |
| 8.2.3 | Verfeinerungen v. Gebietszerleg. — Raffinements d. partit. d. régions | 298 |
| 8.2.4 | Riem. Summen f. prob'lose Gebiete — Sommes d. Riem. p.d. rég. sans probl. | 298 |
| 8.2.5 | Riem. Summen bei vernünft. Gebieten — Sommes d. Riem. p.d. rég. raisonnabl. | 301 |
| 8.2.6 | n-dim. Volumenintegrale — Intégrales de volume à dim. n | 303 |
| 8.2.7 | Integrationsregeln — Règles pour l'intégration | 303 |
| 8.3 | Berechn. von Doppel-etc.-Integr. — Calc. des intégr. doubles | 305 |
| 8.3.1 | Gebietsintegrale, allgemeine Situation — Intégrales de région, situation générale | 305 |
| 8.3.2 | Anwendung auf Volumenberechnungen — application pour calculer des volumes | 309 |
| 8.3.3 | Uneigentliche Gebietsinteg., Anwend. — Intég. d. région impropr., applic. | 310 |
| 8.3.4 | Gebietsintegr. in Polarkoord. — Intégr. de rég. en coord. polaires | 311 |
| 8.4 | Oberflächenintegrale — Intégrales superficielles | 313 |
| 8.4.1 | Inhalte krummer Flächen — Mesures de surfaces courbes et tordues | 313 |
| 8.4.2 | Für beliebige Koord'syst. — P.d. syst. d. coord. quelc. | 316 |
| 8.4.3 | Anwendung Raumwinkel — Application angle solide | 320 |
| 8.4.4 | Für Funk. auf Oberfl. — Pour d. fonc. sur l. surf. | 321 |
| 8.5 | Mehrfachintegrale — Intégrales multiples | 322 |
| 8.5.1 | Allgemeines — Généralités | 322 |
| 8.5.2 | Beispiele in kartesischen Koordinaten — Exemples en coordonnées cartésiennes | 324 |
| 8.5.3 | Integrale in Zylinderkoord. — Intégrales en coord. cylindriques | 325 |
| 8.5.4 | Integrale in Kugelkoord. — Intégrales en coord. sphériques | 327 |
| 8.6 | Transf. v. Gebietsintegr. — Transf. d'intégr. de domaine | 329 |
| 8.6.1 | Der Fall mit zwei Variablen — Le cas avec deux variables | 329 |
| 8.6.2 | Verallgemeinerung — Généralisation | 332 |
| 8.6.3 | Beispiel — Exemple | 334 |
| 9 | Kurven — Courbes | 335 |
| 9.1 | Grundlagen — Bases | 335 |
| 9.1.1 | Kurvendefinitionen — Définitions de courbes | 335 |
| 9.1.2 | Gebiete — Régions | 336 |
| 9.1.3 | Tangentenvektor, Tangentialebene — Vecteur tangent, plan tangent | 336 |
| 9.2 | Krümmung von Kurven — Courbure de courbes | 339 |
| 9.2.1 | Definition der Krümmung — Définition de la courbure | 339 |
| 9.2.2 | Ebene Kurven — Des courbes planes | 339 |
| 9.2.3 | Krümmungsradius — Rayon de courbure | 341 |
| 9.2.4 | Kurven im Raum — Courbes dans l'espace | 342 |
| 9.3 | Das begleitende Dreibein — Le trièdre mobile | 346 |
| 9.3.1 | Das lokale Koordinatensystem — Le système de coordonnées locales | 346 |
| 9.3.2 | Fernet-Serret'sche Gleichungen — Equations de Fernet-Serret | 347 |
| 9.3.3 | Konstruktion eines Schlauches — Construction d'un tube | 348 |
| 9.4 | Evolute und Evolvente — Développée et développante | 350 |
| 9.4.1 | Einführung — Introduction | 350 |
| 9.4.2 | Beispiele — Exemples | 351 |
| 9.4.3 | Evolute (Vertiefung) — Développée (approfondissement) | 352 |
| 9.4.4 | Evolvente (Vertiefung) — Développante (approfondissement) | 355 |

| | |
|--|------------|
| 10 A. 1 Komplexe Funktionen — Fonctions complexes | 359 |
| 10.1 Differenzierbarkeit, Wege — Dérivés, chemins | 359 |
| 10.1.1 Grundlagen — Fondements | 359 |
| 10.1.2 Differenzierbarkeit — Dérivabilité | 361 |
| 10.1.3 Differenzierbarkeitsregeln — Règles pour dérivabilité | 362 |
| 10.1.4 Wege in \mathbf{C} — Chemins dans \mathbf{C} | 363 |
| 10.1.5 Differenzierbare Wege — Chemins dérivables | 364 |
| 10.2 Konforme Abbildungen — Applications conformes | 365 |
| 10.3 Möbius-Transformationen — Transformations de Möbius | 366 |
| 10.4 Definitionen — Définitions | 366 |
| 10.4.1 Eigenschaften — Qualités | 367 |
| 10.5 Cauchy-Riemann — Cauchy-Riemann | 369 |
| 10.5.1 Herleitung — Déduction | 369 |
| 10.5.2 Harmonische Funktionen — Fonctions harmoniques | 369 |
| 10.6 Exp-, Log'funktion — Fonct. exp., log. | 370 |
| 10.7 Trig. Funkt. — Fonct. trig. | 373 |
| 10.8 Anwendungen — Applications | 374 |
| 10.8.1 Idee — Idée | 374 |
| 10.8.2 Smith-Diagramm — Diagramme de Smith | 375 |
| 10.8.3 Joukowski-Profil — Profil de Joukowski | 376 |
| 10.8.4 Zeigerdiagramme — diagrammes-vecteurs | 377 |
| 10.9 Darstellung komplexer Funktionen — Représentation de fonct. compl. | 377 |
| 10.9.1 Beispiel einer Kurve — Exemple d'une courbe | 377 |
| 10.9.2 Beispiel einer rationalen Funktion — Exemple: Fonction rationnelle | 378 |
| 11 A. 2 Komplexe Kurvenintegrale — Intégrales curvil. compl. | 381 |
| 11.1 Grundlagen aus der Funktionentheorie — Bases de la théorie de fonctions | 381 |
| 11.1.1 Definition des Kurvenintegrals — Définition de l'intégrale curviligne | 381 |
| 11.1.2 Sätze, Eigenschaften — Théorèmes, propriétés, qualités | 382 |
| 11.1.3 Residuenrechnung — Méthode des résidus | 383 |
| 11.2 Berechnung bestimmter Integrale — Calculer des intégrales définies | 385 |
| 12 Anhang 3 — Annexe 3 | 387 |
| 12.1 Hinweise – Indications | 387 |
| 12.1.1 Abkürzungen – Abréviations | 387 |
| 12.1.2 Literatur – Littérature | 387 |