

# Unmögliche Figuren trotzdem möglich?

Eine Denkanleitung von Rolf Wirz

10.03.2008

© Rolf Wirz



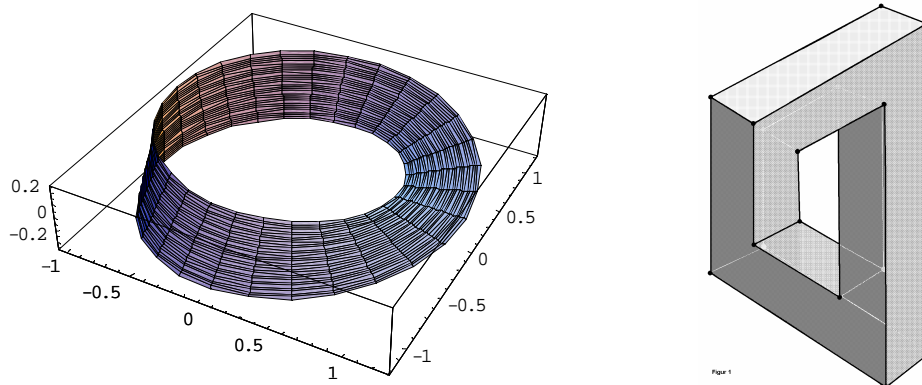
# Unmögliche Figuren trotzdem möglich?

## *Eine Denkanleitung*

### Einleitung: Das Möbiusband

Wer sich mit optischen Illusionen im Graphik-Bereich amüsieren will, stösst schnell auf ein Angebot von Figuren, welche in der meist unter dem Label „Kunst“ vertriebenen Literatur als „unmöglich“ apostrophiert werden. Andererseits sind aber in der Geometrie verwandte Figuren wie das Möbius-Band weltweit bestens bekannt und praktisch auch problemlos herstellbar.

Die nachstehende Figur zeigt ein solches Möbiusband. (Es wurde mit *Mathematica* gerechnet und gezeichnet.) Man kann es herstellen, indem man einen Papierstreifen verdreht zusammenklebt. Das Erstaunliche an diesem Objekt ist, dass seine Oberfläche nur *eine Seite* hat. Wenn eine Ameise auf dem Band entlang wandert, so kommt sie auf beiden Seiten des verklebten Papierstreifens vorbei und gelangt schliesslich wieder zum Ausgangspunkt, obwohl sie immer vorwärts gegangen ist.



### Eine „unmögliche Figur“ aus vier „Balken“

Oben rechts sowie auf Seite 5 ist nun eine so genannte „*unmögliche Figur aus vier Balken*“ dargestellt, wie sie in der Literatur zu finden ist. Diese wollen wir hier als Beispiel etwas genauer untersuchen.

Im Bild dazu auf Seite 6 sind die in der Literatur meist farbig gezeigten Flächen transparent gehalten.

In den beiden anschließend wiedergegebenen Figuren sind Flächen herausgehoben, auf denen eine Ameise spazieren gehen könnte, so wie beim Möbiusband. Vielleicht erstaunt es den Leser, dass auch hier – trotz der „Unmöglichkeit“ der Figur, die Ameise nach acht durchschrittenen gerade begrenzten Flächenstücken wieder zum Ausgangspunkt zurückkehrt, obwohl sie immer vorwärts gegangen ist. Bei diesen Flächenstücken stoßen zweimal drei Streifenflächen kantenlos aneinander, wobei die Ameise jeweils nach links oder rechts (je nach Durchlaufrichtung) abbiegen muss. Zwei der acht Stücke sind für die Ameise nur über eine Kante zu erreichen (siehe Figur 3 und 4).

In den Abbildungen danach sind die Kanten herausgezeichnet, entlang denen die Ameise gehen muss, um alle „Balken“ zu durchlaufen.

### **Ist die „unmögliche Figur“ etwa trotzdem möglich?**

Offensichtlich scheint es geradezu trivial, einen solchen Kantenzug aus Draht zu fertigen, der der Ameise bei ihrer Reise als Geländer dient. Diesem Geländer geht sie also entlang (siehe Figur 6).

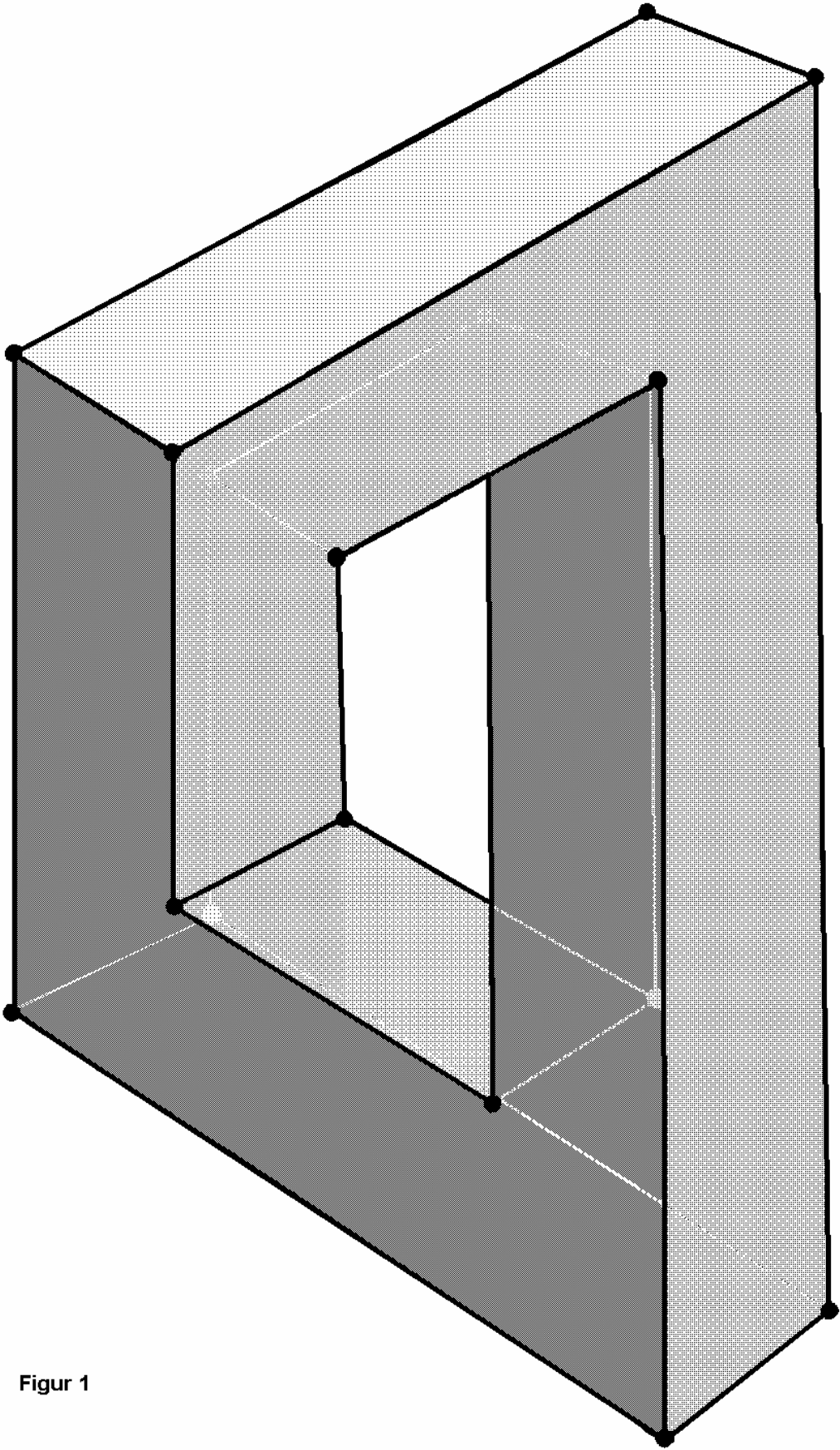
Man kann auch gleich zwei solche Kantenfiguren aus Draht anfertigen und sie parallel zueinander legen. Verbindet man nun die Ecken (in einigen der gezeigten Darstellungen mit A und B bezeichnet), welche die gleiche Nummer tragen, so erhält man in der realen Wirklichkeit das Gerüst der unmöglichen Figur. Dass dies problemlos ist, geht auch daraus hervor, dass man im Raum immer 16 Punkte A1, A2, ..., A8, B1, B2, ..., B8 auf eine Weise platzieren kann, wie es in Figur 2 gezeigt ist. Weiter kann man zwei Punkte jeweils durch einen Geradenabschnitt verbinden. Macht man das wie in Figur 2 gezeigt, so erhält man offensichtlich ein Kantengerüst der „unmöglichen“ Figur.

Weiter ist es immer möglich, zwischen zwei Kanten eine Fläche aufzuspannen. Sind die Kanten nicht parallel, so werden diese Flächen eben gebogen oder krumm, etwa wie bei Zeldächern. Was man nicht erwarten kann, ist das Vorhandensein von *parallelen* Kanten und damit *ebenen* Flächen. Parallel sind nur die Projektionen der Kanten in Sehrichtung. Was ist jetzt wohl das Verwirrende bei den in der Literatur gezeigten Abbildungen der „Vierbalkenkonstruktion“? Es könnte gerade die Vortäuschung ebener Flächen sein, die Annahme, dass man Balken vor sich hat!

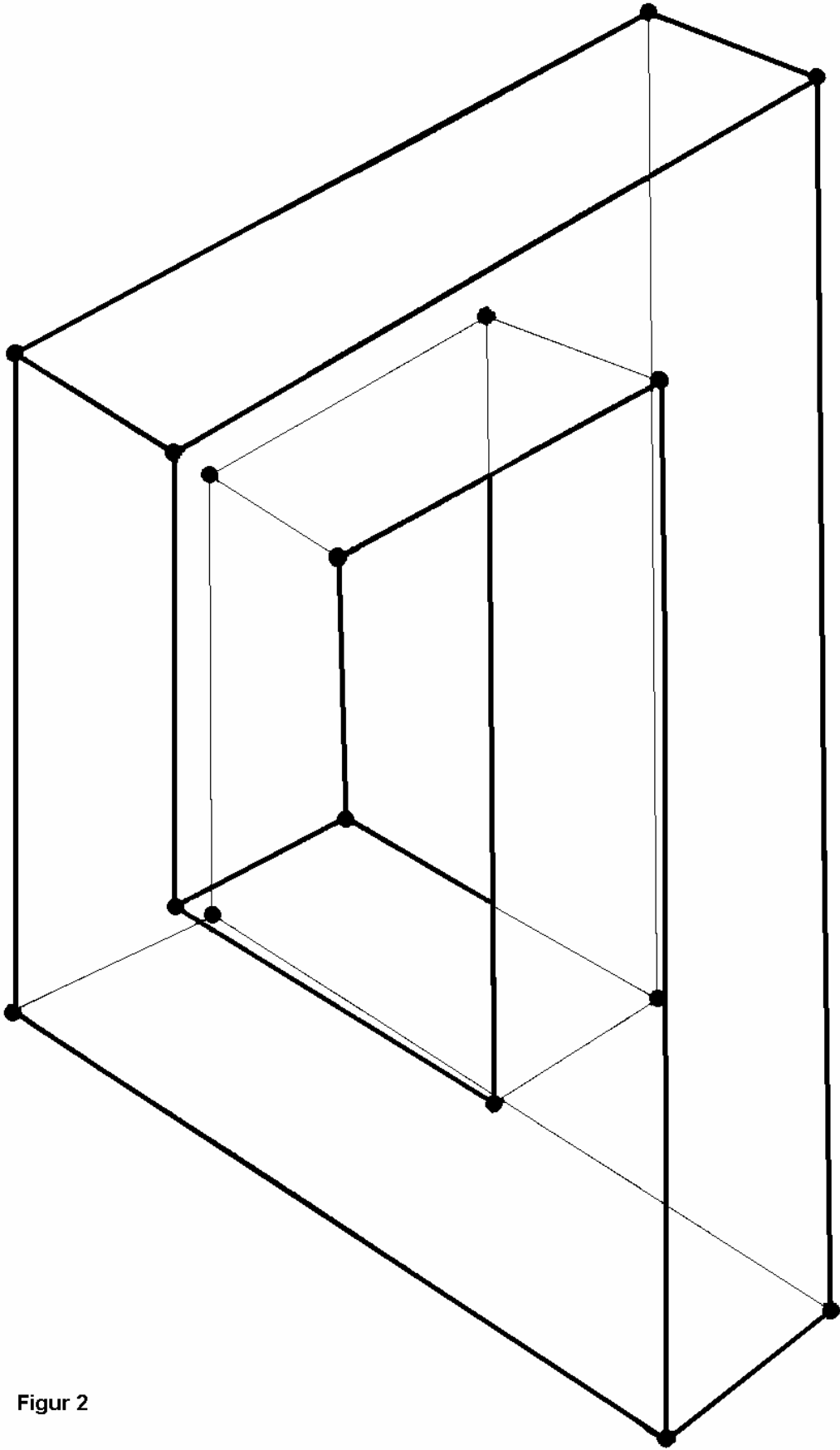
Somit wissen wir, dass das Kantengerüst mit Flächen bespannt werden kann. Zu untersuchen bleibt, ob sich nie zwei solche Flächen gegenseitig *durchdringen*. Diese Untersuchung sei nun dem Leser überlassen, eben so wie der Versuch, eine solche Figur auch praktisch zu bauen. Dabei ist es ratsam, den Begriff „Balken“ durch den Begriff „Stütze“ zu ersetzen, um nicht falsche Vorstellungen zu provozieren.

### **Bauanleitung**

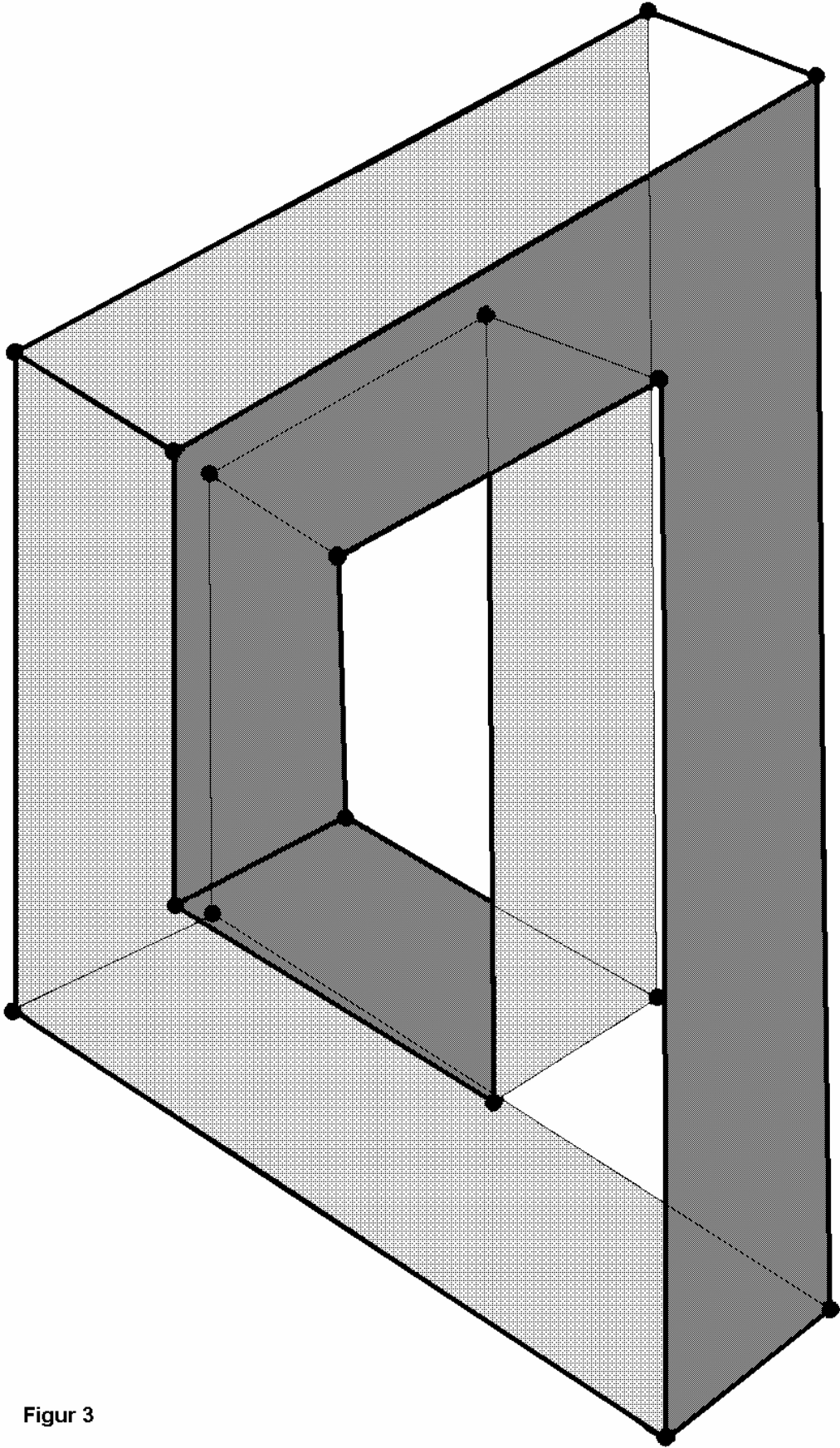
Man platziere in der Vorstellung 16 geometrische Punkte im Raum, so wie in Figur 2 gezeigt, und verbinde die Punkte nach Skizze durch Geradenstücke. Dazu kann man 16 Kittkugeln geeignet an Fäden aufhängen. Mit Hilfe von Strohhalmen ist es möglich, die Geradenstücke darzustellen. Gelingt das Werk? – Dazu muss man immer dieselbe Blickrichtung beibehalten. Es ist ratsam, dafür einen „Blickpunkt“ zu schaffen. Z.B. kann man an der Stelle des gewählten Beobachtungspunktes ein Karton mit einem Loch anbringen, durch welches der Beobachter die Figur betrachten soll. Ist das Kantengerüst fertig gestellt, so kann man als Flächen eine Bespannung aus feinem durchsichtigem Stoff oder vergleichbarem transparenten Material anbringen. Gelingt das Werk – oder gibt jetzt Probleme? Und wie müsste unsere Wanderameise dann mit diesen Problemen umgehen?



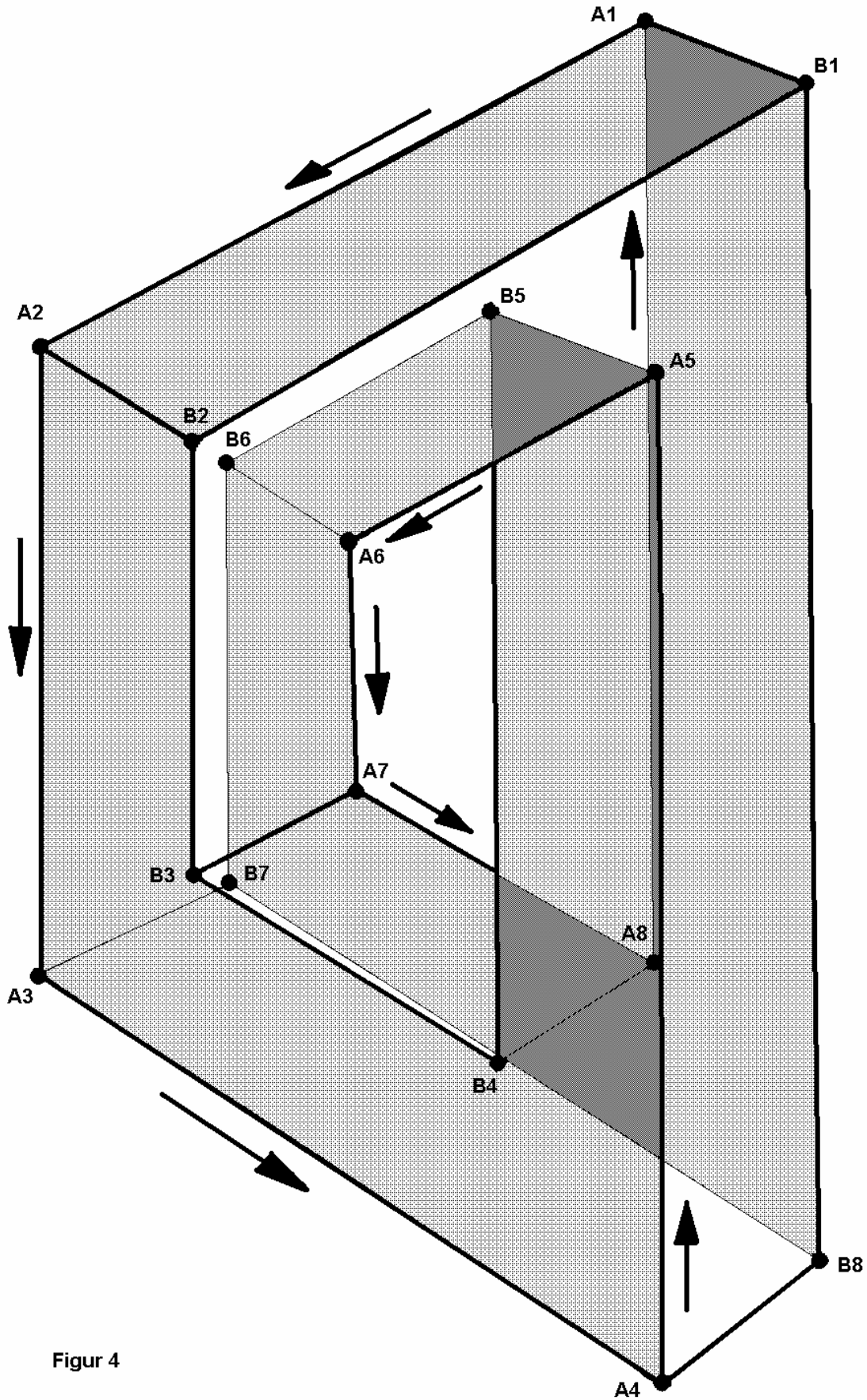
Figur 1



Figur 2

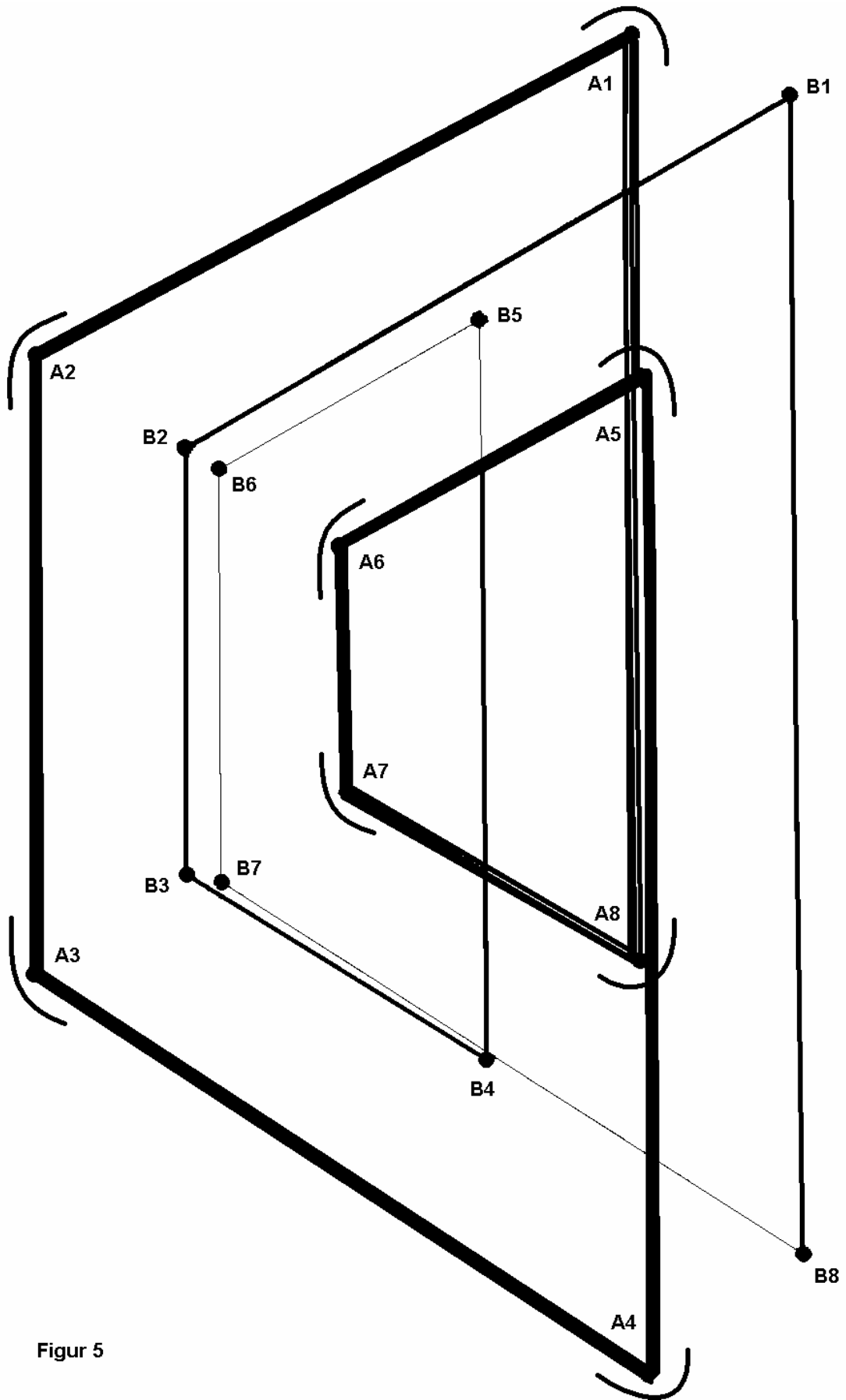


Figur 3

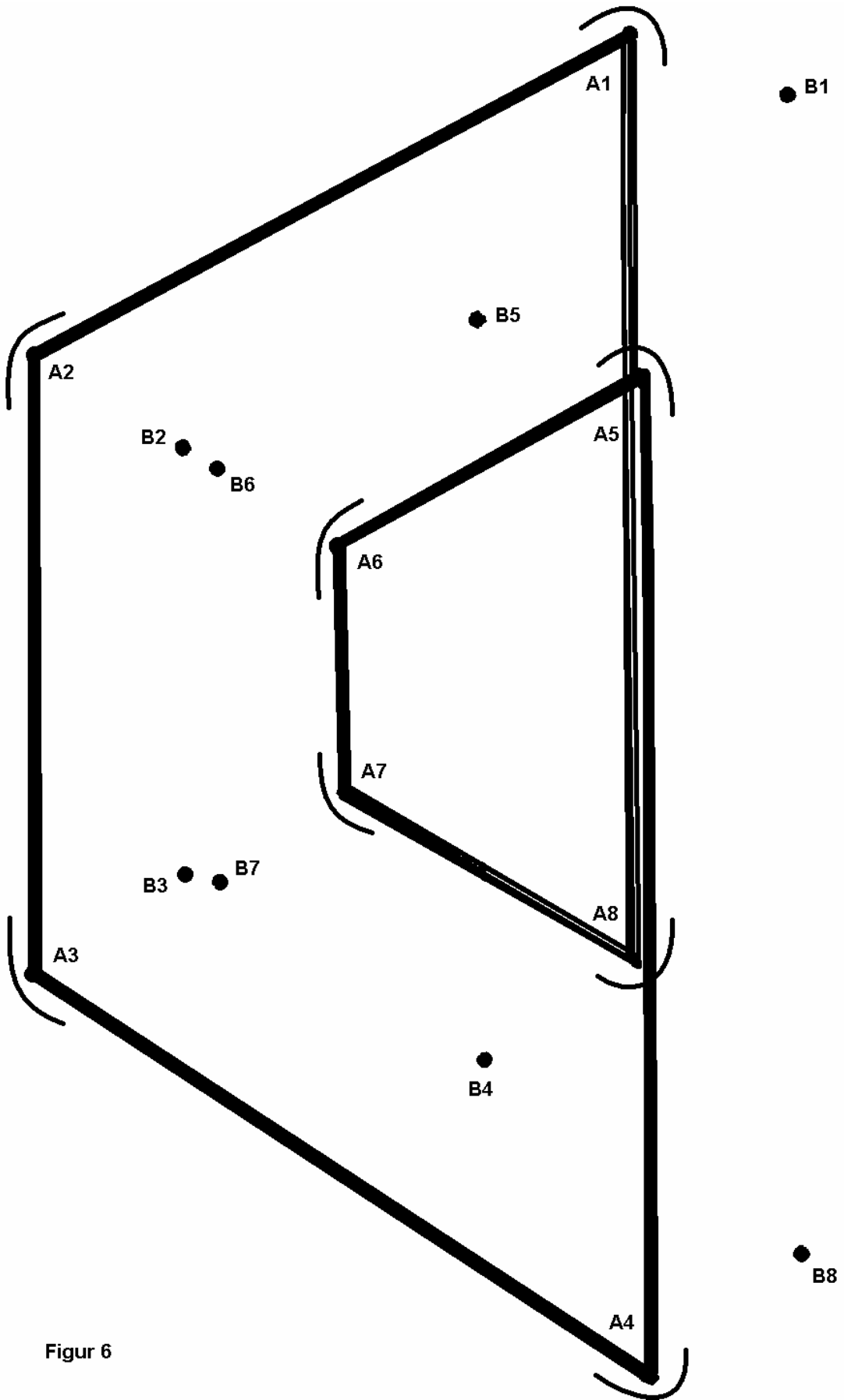


Figur 4





Figur 5



Figur 6

Hinweis: Im Werk „Unmögliche Welten, 2 in 1“ von Bruno Ernst (Taschen Verlag 2006) findet man auf Seite 25 eine Modellvorlage für die „Vier-Balken-Konstruktion“. Bei dieser Konstruktion kommen tatsächlich „Balken“ zur Anwendung.

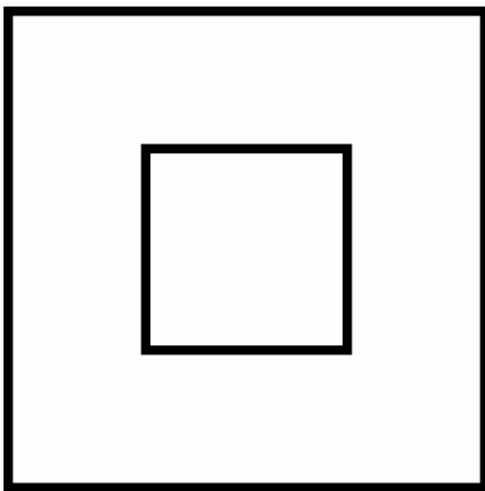
Man konsultiere zu diesem Thema die einschlägige Literatur. Empfehlenswert sind auch gewisse Darstellungen auf dem Internet.

Interne Literatur (passwortgeschützt) siehe unter

<http://rowicus.ch/Wir/Scripts/SpecialsHSB/OptischeIllusionen/restricted/index.html>

## Wahrnehmungsübung

Wie sieht der Körper aus, dessen Grundriss und Aufriss dieselbe Form haben?  
(Diese Form ist hier unten dargestellt.) - Zeichne den Seitenriss!

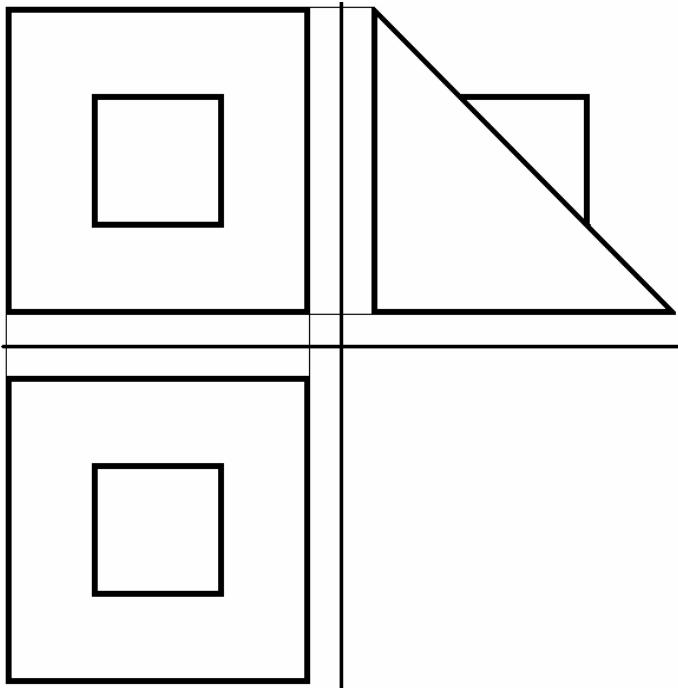


Grundriss und ebenso Aufriss

Zur Lösung siehe auf der folgenden Seite, falls du dir den Seitenriss nicht vorstellen kannst.

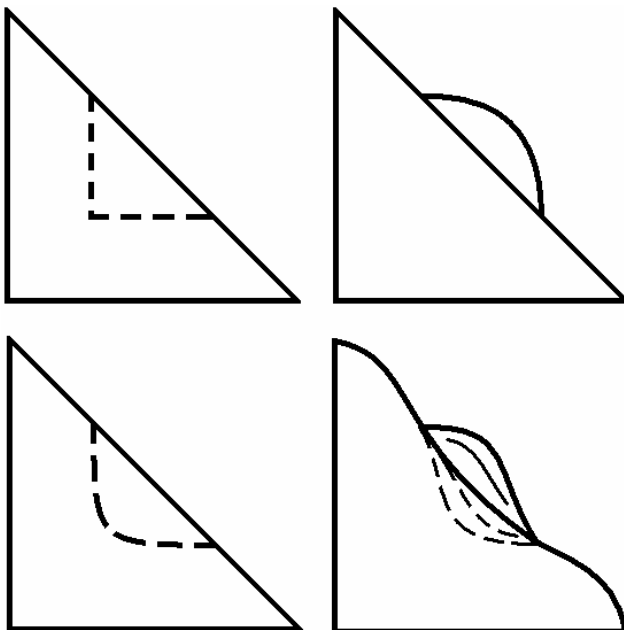
**Bemerkung:** Die verschiedenen Möglichkeiten für den Seitenriss zeigen, wie voreingenommen die Vorstellung funktioniert und wie eng sich das Denken bewegt. Stelle dir daher bei einer Lösung immer die Frage: Welche anderen Möglichkeiten bietet die Realität auch noch? Mit der Zeit bekommst du in diesen Dingen etwas Übung. Dann wirst du staunen über die Vielfalt der Möglichkeiten, die dir vorher ständig entgangen sind. In dieser Vielfalt liegt ein Potenzial, das du in manchen Bereichen nutzen kannst!

## Lösungsmöglichkeiten (auch mit krummen Flächen)



Eine Standardlösung

(Diese „Standardlösung“ wird nach den vom Autor gemachten Erfahrungen oft von Männern gesehen.)



„Unkonventionelle“ Möglichkeiten