

## Probl. 1

(24 Punkte) • (24 points)

Die folgenden Teilaufgaben sind unabhängig. Sie werden alle gleich bewertet. Alle Teilschritte der Lösung sind schriftlich auf dem Lösungsblatt festzuhalten.

• *Les problèmes partiels suivants sont indépendants. Pour chaque problème partiel on donne le même nombre de points. Toutes les étapes partielles de la solution sont à retenir par écrit sur la feuille de solution.*

(a) Integriere von Hand: • *Intégrer à la main:*  $\int 5x^5 - 4x^\alpha + \frac{1}{2}x^2 - 4x + 9 dx = ?$   
( $\alpha > 0$ )

(b) Integriere von Hand: • *Intégrer à la main:*  $\int_0^{t^2} x^2 dx = ?$

(c) Integriere von Hand: • *Intégrer à la main:*  $\int_0^\pi \frac{1}{\omega} \cos(\omega t + \beta) dt = ?$

(d) Integriere von Hand: • *Intégrer à la main:*  $\int_{-1}^1 y \cdot e^y dy = ?$

(e) Integriere von Hand: • *Intégrer à la main:*  $\int_0^1 x \cdot e^{(x^2)} dx = ?$

(f) Integriere von Hand: • *Intégrer à la main:*  $\int_a^t \frac{d}{dx} \ln(e^{x^2} + 2x \cos^2(3x - 2)) dx = ?$

(g) Integriere von Hand: • *Intégrer à la main:*  $\int_0^{\frac{1}{2}} 2e^{\sqrt{1-2x^2}} \frac{x}{\sqrt{1-2x^2}} dx = ?$   
(Subst.  $u := \sqrt{1-2x^2}$ )

(h) Integriere von Hand: • *Intégrer à la main:*  $\int \frac{1}{e^x x^2} - \frac{\ln(\frac{1}{x})}{e^x} dx = ?$

## Probl. 2

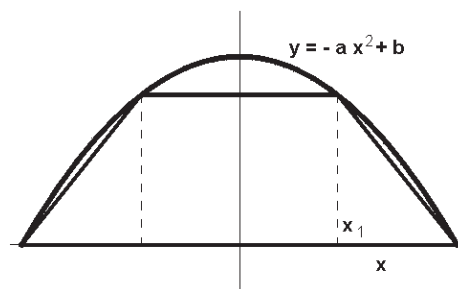
(12 Punkte)

Der Grundriss eines Hauses, das in einen Abhang hineingebaut wird, soll nach dem folgenden Prinzip festgelegt werden:

• *Le plan d'une maison, qui est construite dans une pente, devrait être fixé d'après le principe suivant:*

Zwischen der Parabel  
 $y = f_5(x) = -ax^2 + b$  ( $a, b > 0$ )  
 und der  $x$ -Achse wird ein Trapez  
 eingeschrieben (vgl. Skizze).

- *Entre la parabole*  
 $y = f_5(x) = -ax^2 + b$  ( $a, b > 0$ )  
 et l'axe  $x$  on inscrit un trapèze (voir es-  
 quisse).



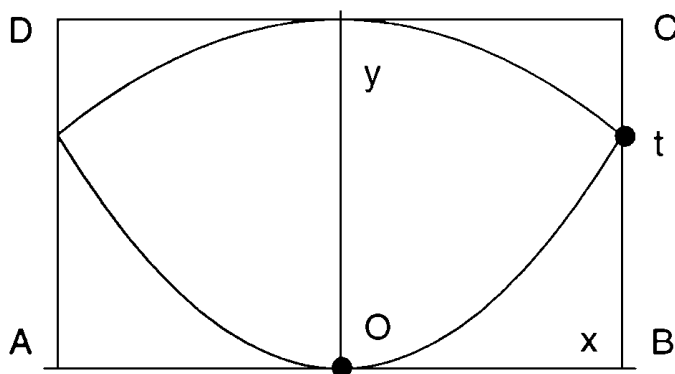
- (a) Berechne die  $x$ -Koordinate  $x_1$  des rechten oberen Punktes des Trapezes mit dem maximal möglichen Inhalt. (Der Lösungsweg muss sichtbar sein.)
- *Calculer la coordonnée  $x$  (qui soit  $x_1$ ) du point supérieur droit du trapèze avec le contenu maximal possible. (Le chemin de solution doit être visible.)*
- (b) Das Volumen des Aushubes beträgt schätzungsweise etwa ein Viertel des Volumens, das entsteht, wenn man die Parabel um die  $x$ -Achse rotieren lässt. Berechne dieses Volumen. (Der Lösungsweg muss sichtbar sein.)
- *Le volume de l'excavation fait approximativement un quart du volume qu'on obtient par rotation de la parabole autour de l'axe  $x$ . Calculer ce volume. (Le chemin de solution doit être visible.)*
- (c) Berechne die Resultate für  $a = \frac{1}{4}$  und  $b = 36$ .
- *Calculer les résultats pour  $a = \frac{1}{4}$  et  $b = 36$ .*

### Probl. 3

(12 Punkte)

Gegeben sei das Rechteck  $A(-4, 0)$ ,  $B(4, 0)$ ,  $C(4, 4)$ ,  $D(-4, 4)$  sowie zwei Parabelbögen mit der  $y$ -Achse als Symmetrieachse (vgl. Skizze).

- *Soit donné le rectangle  $A(-4, 0)$ ,  $B(4, 0)$ ,  $C(4, 4)$ ,  $D(-4, 4)$  ainsi que deux courbes de parabole dont l'axe  $y$  est l'axe de symétrie (voir esquisse).*



- (a) Bestimmen Sie in Abhängigkeit von  $t$  die Funktionsgleichungen der beiden Parabeln.
- *Calculer comment les équations des deux paraboles dépendent de  $t$*

- (b) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die durch die beiden Parabelbögen begrenzt wird.
- *Calculer le contenu de la surface, qui est limité par les deux courbes paraboliques.*
- (c) Berechnen Sie den Wert von  $t$ , für den der berechnete Flächeninhalt maximal ist.
- *Calculer la valeur  $t$ , pour laquelle le contenu de la surface devient maximal.*

## Probl. 4

(12 Punkte)

Durch die Punkte  $(0/0)$ ,  $(\frac{\pi}{2}, 1)$ ,  $(\pi, 0)$  geht eine Parabel.

- *Une parabole soit donnée par les points  $(0/0)$ ,  $(\frac{\pi}{2}, 1)$ ,  $(\pi, 0)$ .*

- Berechne die Länge des Parabelbogens über dem Intervall  $[0, \pi]$ .
    - *Calculer la longueur de la courbe de la parabole sur l'intervalle  $[0, \pi]$ .*
  - Berechne das Verhältnis der Länge des Parabelbogens über dem Intervall  $[0, \pi]$  zur Länge der Sinuslinie über dem gleichen Intervall.
    - *Calculer le rapport de la longueur de la parabole sur l'intervalle  $[0, \pi]$  et de la longueur de la courbe du sinus sur le même intervalle.*
- 

Fakultativ: • *Facultatif:*

## Probl. 5

(12 Punkte)

Die Funktionskurve von  $f(x) = y = e^{-x^2}$  wird um die  $y$ -Achse rotiert. Skizziere erst den Graphen von  $f(x)$ .

- *La courbe de la fonction  $f(x) = y = e^{-x^2}$  soit pivotée sur l'axe  $y$ . Faire l'esquisse du graphe de  $f(x)$ .*

- Berechne das Volumen des entstehenden Rotationskörpers. (Achtung: die Mantelfläche sowie auch die Kurvenlänge sind ersichtlich unendlich gross!)
  - *Calculer le volume du corps de révolution obtenu. (Attention: La surface et la longueur de la courbe sont infinies, comme il est bien visible.)*
- $f_1(x) = e^{-x^2 \cdot a}$ .

Berechne  $a$  numerisch so, dass  $\int_{-\pi}^{\pi} f_1(x) dx = 1$  wird.

- *Calculer  $a$  numériquement de façon qu'il soit  $\int_{-\pi}^{\pi} f_1(x) dx = 1$ .*

Viel Glück! • *Bonne chance!*

WIR