

## Probl. 1

(21 Punkte) • (21 points)

Die folgenden Teilaufgaben sind unabhängig. Sie werden alle gleich bewertet. Alle Teilschritte der Lösung sind schriftlich auf dem Lösungsblatt festzuhalten.

• *Les problèmes partiels suivants sont indépendants. Pour chaque problème partiel on donne le même nombre de points. Toutes les étapes partielles de la solution sont à retenir par écrit sur la feuille de solution.*

- (a)  $\sum_{k=1}^{\infty} 5 \left(\frac{1}{4}\right)^{(k+1)} + 6 \left(\frac{1}{3}\right)^{(k-1)} \rightsquigarrow$  Konvergenz, Grenzwert? • *Convergence, valeur limite?*
- (b)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k + k^3}{1 - k + k^2 - k^3 + k^4 - k^5} \rightsquigarrow$  Konvergenz? • *Convergence?*
- (c)  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{1}{k + 7} \rightsquigarrow$  Konvergenz? • *Convergence?*
- (d)  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{k}{k + 7} \rightsquigarrow$  Konvergenz? • *Convergence?*
- (e)  $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k^2 + 2k - 3} \rightsquigarrow$  Konvergenz, Grenzwert? • *Convergence, valeur limite?*
- (f)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(10 \cdot x)^k}{k} \rightsquigarrow$  Konvergenz, Grenzwert? • *Convergence, valeur limite?*
- (g)  $\sum_{k=1}^n (1 + k) \cdot (2 + 3k) \rightsquigarrow$  Formel? • *Formule?*

## Probl. 2

(15 Punkte) • (15 points)

- (a) Berechne die Potenzreihe von  $\sin(x)$ ,  $x_0 = 0$ , bis  $n = 20$ .  
• *Calculer la série de puissances de  $\sin(x)$ ,  $x_0 = 0$ , jusqu'à  $n = 20$ .*
- (b) Verwende das Resultat zur Berechnung der Potenzreihe  $h(x)$  von  $\frac{\sin(x)}{x}$  bis  $n = 20$ .  
• *Utiliser le résultat pour calculer la série de puissances  $h(x)$  de  $\frac{\sin(x)}{x}$  jusqu'à  $n = 20$ .*
- (c) Berechne das Konvergenzintervall resp. den Konvergenzradius für  $h(x)$ .  
(D. h. untersuche, für welche  $x$  die Reihe konvergiert.)  
• *Calculer l'intervalle de convergence resp. le rayon de convergence de  $h(x)$ .  
(Ç.v.d. examiner pour quelles  $x$  on a la convergence.)*
- (d) Berechne mit Hilfe der Potenzreihe das folgende Integral:  
• *Calculer à l'aide de la série de puissances l'intégral suivant:*
- $$F(x) = \int_0^x \frac{\sin(t)}{t} dt$$
- (e) Skizziere  $F(x)$  in  $I = [-10, 10]$ . • *Exquisse de  $F(x)$  dans  $I = [-10, 10]$ ?*

**Probl. 3****(9 Punkte) • (9 points)**

- (a) Berechne die Potenzreihe von  $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$ ,  $x_0 = 0$ , bis  $n = 10$ .  
• *Calculer la série de puissances de  $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$ ,  $x_0 = 0$ , jusqu'à  $n = 10$ .*
- (b) Berechne die Potenzreihe von  $g(x) = \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})$ ,  $x_0 = 0$  bis  $n = 10$ .  
• *Calculer la série de puissances de  $g(x) = \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})$ ,  $x_0 = 0$  jusqu'à  $n = 10$ .*
- (c) Berechnen mit Hilfe der Potenzreihen  $f(x) - g(x)$ .  
• *Calculer à l'aide des séries de puissances  $f(x) - g(x)$ .*

**Probl. 4****(6 Punkte) • (6 points)**

Verwende die Potenzreihenentwicklung von  $\sin(x)$ ,  $x_0 = 0$ , um etwas über die Lösung der folgenden Gleichung zu erfahren:

- *Utiliser la série de puissances de  $\sin(x)$ ,  $x_0 = 0$ , pour apprendre quelque chose sur les solutions de:*

$$\frac{\frac{\sin(x)}{x} - 1}{x^2} = -\frac{1}{6}$$

Viel Glück! • *Bonne chance!*