

Übungen in Analysis \diamond Exercices en Analyse \diamond T. II \diamond II / 3

Probl. 1 $f(x) = 3 \sin(x) + 2x \cos(x) \rightsquigarrow F(x) = ?$

Probl. 2 $f(x) = 5x^3 - 2x^2 + 3x + 4 \rightsquigarrow \int f(x) dx = ?$

Probl. 3 $f(x) = \frac{\ln(x)}{x} + e^x \rightsquigarrow F(x) = ?$

Probl. 4 $\int_1^5 5x^3 - 2x^2 + 3x + 4 dx = ?$

Probl. 5 $\int_0^\pi \cos(x) dx = ?$

Probl. 6 $\int_0^\pi \sin(x) dx = ?$

Probl. 7 $\int_0^2 ax^2 dx = 4 \rightsquigarrow a = ?$

Probl. 8 $\int_1^b x^2 dx = 4 \rightsquigarrow b = ?$

Probl. 9 $f(x) = x^3, g(x) = ax + b, f(0) = g(0), f(x_1) = g(x_1)$
 $\int_0^{x_1} g(x) dx - \int_0^{x_1} f(x) dx = 10 \rightsquigarrow x_1 = ?$

Skizze! • *Esquisse!*

- Probl. 10** Differenziere die nachfolgende Gleichung links und rechts nach x :
 • *Calculer la dérivée de l'équation suivante à gauche et à droite, d'après x :*

$$\sin(x + \beta) = \sin(x) \cdot \cos(\beta) + \cos(x) \cdot \sin(\beta)$$

Was kann man folgern? • *Quelle est la conséquence?*

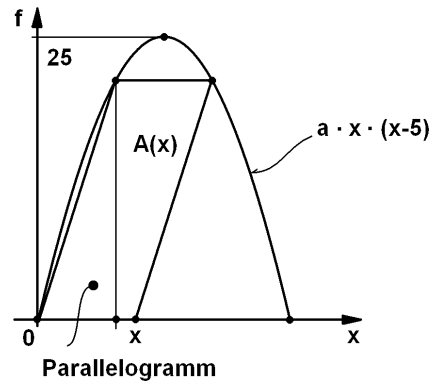
- Probl. 11** Bestimme die Extrema:
 • *Calculer les extrêmes:*

(a) $f(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2$

(b) $f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{9}x^3 - x^2 + 1$

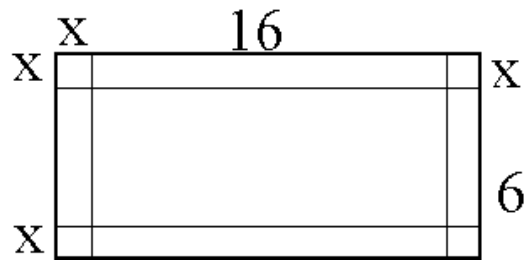
(c) $f(x) = \frac{1}{50}x^2(x - 5)(x - 9)$

- Probl. 12** (a) $a = ?$
 (b) $A(x) \rightarrow \text{Max.} \leadsto x = ?$



- Probl. 13** Durch wegschneiden der quadratischen Ecken der Breite x und danach falten entsteht aus dem Papierbogen (16×6) eine Schachtel ohne Deckel. Wie gross muss man x wählen, damit der Inhalt maximal wird?

• *Nous coupons les coins carrés de la largeur x et après nous plions la feuille de papier (16×6). Ainsi nous recevons une boîte sans couvercle. Comment est-ce qu'il faut choisir x pour avoir un contenu maximal?*



- Probl. 14** Schwieriges Problem:

• *Problème difficile:*

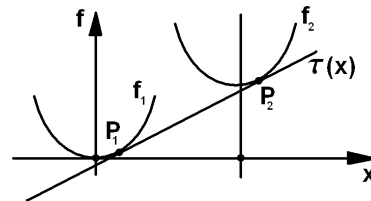
$$f_1(x) = x^2, \quad f_2(x) = (x-2)^2 + 4$$

$\overline{P_1 P_2}$: Gemeinsame Tangente

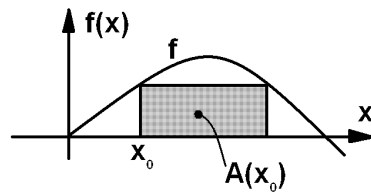
• $\overline{P_1 P_2}$: Tangente commune

$$P_1 = P_1(x_1, y_1), \quad P_2 = P_2(x_2, y_2)$$

$$x_1, x_2, y_1, y_2 = ?$$



- Probl. 15** $f(x) = \sin(x)$
 $A(x_0)$ soll maximal sein
 • $A(x_0)$ doit être maximale
 $x_0 = ?$



- Probl. 16** $f_1(x) = x^2, \quad f_2(x) = x^4$
 Maximaler Abstand der beiden Kurven von f_1 und f_2 in y -Richtung zwischen $x = 0$ und $x = 1$?
 • *Distance maximale des deux courbes de f_1 et f_2 en direction y entre $x = 0$ et $x = 1$?*