

Übungen in Analysis \diamond Exercices en Analyse \diamond T. I1 \diamond II / 10

Verbesserung Test Analysis \diamond Correction examen analyse \diamond Type I1 \diamond II / 2

Probl. 1

(24 Punkte) • (24 points)

Die folgenden Teilaufgaben sind unabhängig. Sie werden alle gleich bewertet. Alle Teilschritte der Lösung sind schriftlich auf dem Lösungsblatt festzuhalten.

• *Les problèmes partiels suivants sont indépendants. Pour chaque problème partiel on donne le même nombre de points. Toutes les étapes partielles de la solution sont à retenir par écrit sur la feuille de solution.*

(a) Integriere von Hand: • *Intégrer à la main:* $\int 5x^5 - 4x^\alpha + \frac{1}{2}x^2 - 4x + 9 dx = ?$
($\alpha > 0$)

(b) Integriere von Hand: • *Intégrer à la main:* $\int_0^{t^2} x^2 dx = ?$

(c) Integriere von Hand: • *Intégrer à la main:* $\int_0^\pi \frac{1}{\omega} \cos(\omega t + \beta) dt = ?$

(d) Integriere von Hand: • *Intégrer à la main:* $\int_{-1}^1 y \cdot e^y dy = ?$

(e) Integriere von Hand: • *Intégrer à la main:* $\int_0^1 x \cdot e^{(x^2)} dx = ?$

(f) Integriere von Hand: • *Intégrer à la main:* $\int_a^t \frac{d}{dx} \ln(e^{x^2} + 2x \cos^2(3x - 2)) dx = ?$

(g) Integriere von Hand: • *Intégrer à la main:* $\int_0^{\frac{1}{2}} 2e^{\sqrt{1-2x^2}} \frac{x}{\sqrt{1-2x^2}} dx = ?$
(Subst. $u := \sqrt{1-2x^2}$)

(h) Integriere von Hand: • *Intégrer à la main:* $\int \frac{1}{e^x x^2} - \frac{\ln(\frac{1}{x})}{e^x} dx = ?$

Probl. 2

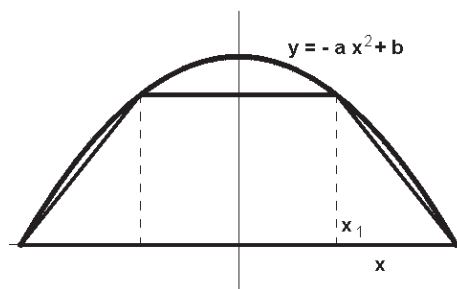
(12 Punkte)

Der Grundriss eines Hauses, das in einen Abhang hineingebaut wird, soll nach dem folgenden Prinzip festgelegt werden:

• *Le plan d'une maison, qui est construite dans une pente, devrait être fixé d'après le principe suivant:*

Zwischen der Parabel
 $y = f_5(x) = -ax^2 + b$ ($a, b > 0$)
 und der x -Achse wird ein Trapez
 eingeschrieben (vgl. Skizze).

- *Entre la parabole*
 $y = f_5(x) = -ax^2 + b$ ($a, b > 0$)
 et l'axe x on inscrit un trapèze (voir es-
 quisse).



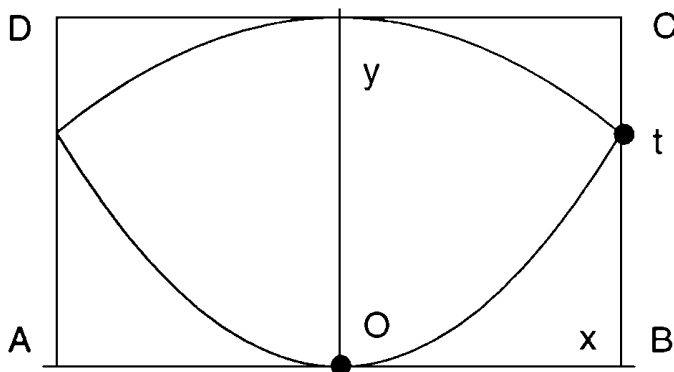
- (a) Berechne die x -Koordinate x_1 des rechten oberen Punktes des Trapezes mit dem maximal möglichen Inhalt. (Der Lösungsweg muss sichtbar sein.)
- *Calculer la coordonnée x (qui soit x_1) du point supérieur droit du trapèze avec le contenu maximal possible. (Le chemin de solution doit être visible.)*
- (b) Das Volumen des Aushubes beträgt schätzungsweise etwa ein Viertel des Volumens, das entsteht, wenn man die Parabel um die x -Achse rotieren lässt. Berechne dieses Volumen. (Der Lösungsweg muss sichtbar sein.)
- *Le volume de l'excavation fait approximativement un quart du volume qu'on obtient par rotation de la parabole autour de l'axe x . Calculer ce volume. (Le chemin de solution doit être visible.)*
- (c) Berechne die Resultate für $a = \frac{1}{4}$ und $b = 36$.
- *Calculer les résultats pour $a = \frac{1}{4}$ et $b = 36$.*

Probl. 3

(12 Punkte)

Gegeben sei das Rechteck $A(-4, 0)$, $B(4, 0)$, $C(4, 4)$, $D(-4, 4)$ sowie zwei Parabelbögen mit der y -Achse als Symmetrieachse (vgl. Skizze).

- *Soit donné le rectangle $A(-4, 0)$, $B(4, 0)$, $C(4, 4)$, $D(-4, 4)$ ainsi que deux courbes de parabole dont l'axe y est l'axe de symétrie (voir esquisse).*



- (a) Bestimmen Sie in Abhängigkeit von t die Funktionsgleichungen der beiden Parabeln.
- *Calculer comment les équations des deux paraboles dépendent de t*

- (b) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die durch die beiden Parabelbögen begrenzt wird.
- *Calculer le contenu de la surface, qui est limité par les deux courbes paraboliques.*
- (c) Berechnen Sie den Wert von t , für den der berechnete Flächeninhalt maximal ist.
- *Calculer la valeur t , pour laquelle le contenu de la surface devient maximal.*

Probl. 4**(12 Punkte)**

Durch die Punkte $(0/0)$, $(\frac{\pi}{2}, 1)$, $(\pi, 0)$ geht eine Parabel.

- *Une parabole soit donnée par les points $(0/0)$, $(\frac{\pi}{2}, 1)$, $(\pi, 0)$.*
- (a) Berechne die Länge des Parabelbogens über dem Intervall $[0, \pi]$.
- *Calculer la longueur de la courbe de la parabole sur l'intervalle $[0, \pi]$.*
- (b) Berechne das Verhältnis der Länge des Parabelbogens über dem Intervall $[0, \pi]$ zur Länge der Sinuslinie über dem gleichen Intervall.
- *Calculer le rapport de la longueur de la parabole sur l'intervalle $[0, \pi]$ et de la longueur de la courbe du sinus sur le même intervalle.*

Fakultativ: • *Facultatif:*

Probl. 5**(12 Punkte)**

Die Funktionskurve von $f(x) = y = e^{-x^2}$ wird um die y -Achse rotiert. Skizziere erst den Graphen von $f(x)$.

- *La courbe de la fonction $f(x) = y = e^{-x^2}$ soit pivotée sur l'axe y . Faire l'esquisse du graphe de $f(x)$.*

- (a) Berechne das Volumen des entstehenden Rotationskörpers. (Achtung: die Mantelfläche sowie auch die Kurvenlänge sind ersichtlich unendlich gross!)
- *Calculer le volume du corps de révolution obtenu. (Attention: La surface et la longueur de la courbe sont infinies, comme il est bien visible.)*
- (b) $f_1(x) = e^{-x^2 \cdot a}$.

Berechne a numerisch so, dass $\int_{-\pi}^{\pi} f_1(x) dx = 1$ wird.

- *Calculer a numériquement de façon qu'il soit $\int_{-\pi}^{\pi} f_1(x) dx = 1$.*

Viel Glück! • *Bonne chance!*

WIR