

Übungen in Analysis \diamond Exercices en Analyse \diamond T. II \diamond II / 14

- Probl. 1** (a) Entwickle $\ln(x)$ in eine Potenzreihe bis $n = 20$:
 • *Calculer la série de puissances de $\ln(x)$ jusqu'à $n = 20$:*

$$p_1(x) = \frac{f(x_0)^{(0)}}{0!} (x-x_0)^0 + \frac{f(x_0)^{(1)}}{1!} (x-x_0)^1 + \frac{f(x_0)^{(2)}}{2!} (x-x_0)^2 + \dots + \frac{f(x_0)^{(n)}}{n!} (x-x_0)^n + O[x-x_0]^{n+1}$$

$$f(x) = \ln(x), \quad x_0 = 1$$

- (b) Entwickle $\frac{1}{x}$ in eine Potenzreihe bis $n = 20$:
 • *Calculer la série de puissances de $\frac{1}{x}$ jusqu'à $n = 20$:*

$$p_2(x) = \frac{g(x_0)^{(0)}}{0!} (x-x_0)^0 + \frac{g(x_0)^{(1)}}{1!} (x-x_0)^1 + \frac{g(x_0)^{(2)}}{2!} (x-x_0)^2 + \dots + \frac{g(x_0)^{(n)}}{n!} (x-x_0)^n + O[x-x_0]^{n+1}$$

$$g(x) = \frac{1}{x}, \quad x_0 = 1$$

- (c) Berechne die Ableitung $p_1(x)'$. • *Calculer la dérivée $p_1(x)'$.*
 (d) Berechne die Differenz $p_1(x)' - p_2(x)$. Was fällt auf?
 • *Calculer la différence $p_1(x)' - p_2(x)$. Qu'est-ce qu'on voit?*

- Probl. 2** (a) Entwickle $\sin(x)$ und $\cos(x)$ in eine Potenzreihe bis $n = 2$, $x_0 = 0$.
 • *Calculer la série de puissances de $\sin(x)$ et de $\cos(x)$ jusqu'à $n = 2$, $x_0 = 0$.*

$$\rightsquigarrow p_{\sin}(x), p_{\cos}(x)$$

- (b) Löse die Gleichung $p_{\sin}(x) = p_{\cos}(x)$ algebraisch und berechne x .
 • *Résoudre l'équation $p_{\sin}(x) = p_{\cos}(x)$ de façon algébrique et calculer x .*
 (c) Löse die Gleichung $p_{\sin}(x) = p_{\cos}(x)$ numerisch mit Hilfe der Newton-Methode. Vergleiche das Resultat mit dem algebraischen Resultat.
 • *Résoudre l'équation $p_{\sin}(x) = p_{\cos}(x)$ de façon numérique à l'aide de la méthode de Newton. Comparer le résultat avec le résultat algébrique.*