

Modulprüfung
2009
Klasse Mp 07 p / M2p
Mathematik 1, 2. Jahr, Statistik 1

Zeit: 60 Minuten (dazu getrennt 120 Minuten Analysis)

Bedingungen:

- Alle Probleme sind selbständig zu lösen. Unehrenhaftes Verhalten hat einen sofortigen Ausschluss von der Prüfung (Note F) zur Folge. Speziell dürfen mobile Telefone und PDA's nicht ins Prüfungszimmer mitgebracht werden.
- Für die Schrift ist dokumentechtes Schreibgerät zu verwenden. Bleistift wird nur bei allfälligen Zeichnungen und Skizzen akzeptiert.
- Es wird eine saubere und klare Darstellung des Lösungsweges mit Angabe von Ideen und Zwischenresultaten verlangt. Resultate ohne Herleitung werden nicht akzeptiert.
- Bei Verwendung von Dezimalbrüchen darf die Abweichung der Schlussresultate vom exakten Resultat nicht mehr als 0.1% betragen.
- Physikalische Einheiten dürfen generell weggelassen werden, sofern nicht anders vermerkt.
- Resultate sind doppelt zu unterstreichen.
- Ungültige Teile sind sauber durchzustreichen.
- Pro Aufgabe ist wenn möglich ein neues Blatt zu verwenden. Die Rückseiten der Schreibblätter müssen leer bleiben. Sie werden vielleicht nicht korrigiert!
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Kursunterlagen (Kurzfassung), Formelbücher, Taschenrechner, Schreibpapier und Schreibzeug.
- **Punkte:** Pro mit „Aufgabe“ bezeichnetes Problem ist die angegebene Anzahl von Punkten möglich.
- Ziel: Wenn an einer vollen Prüfung mehr als die bezeichnete Anzahl n Aufgaben gegeben sind, können n Aufgaben ausgewählt werden, die dann gelöst werden sollten.

Modulprüfung in Math. 1, 2. Jahr, Statistik 1 Mp 07 / Mp 2

Viel Glück !

Löse folgende Aufgaben!

(Alle Teilaufgaben werden gleich bewertet.)

Hinweis: Für eine Aufgabe mit 3 Punkten kann man ca. 5 Minuten rechnen. Vermutlich wird man daher in einer Stunde nur eine Auswahl aus der Serie lösen können. Wähle also mit Bedacht!

Aufgabe 1

(6 Punkte)

Die Chance Geld zu verlieren:

Eine kürzlich gegründete Firma hat schon 448 Kunden in ihrer Kartei, die wöchentlich persönlich vorbeikommen, um technische Waren abzuholen. 45 davon haben eine sehr schlechte Bonität. Sie haben bisher keine Rechnung bezahlt. Pro Viertelstunde kommen ca. 3 Kunden vorbei. Wie gross ist die Chance, dass in der nächsten Viertelstunde der Lehrling an drei solche schlechten Kunden Ware herausgibt? (Bevor der Lehrling instruiert werden kann.)

- (a) Wenn angenommen wird, dass jeder Kunde mehrmals vorbeikommt (d.h. mit zurücklegen).
- (b) Wenn angenommen wird, dass jeder Kunde nur einmal vorbeikommt (d.h. ohne zurücklegen).

Aufgabe 2

(3 Punkte)

Qualitätskontrolle:

Aus einer Sendung mit 1000 Stücken eines Halbfabrikates werden zu Prüfzwecken 10 Stücke als Stichprobe zufällig herausgegriffen. Falls alle Stücke der Stichprobe gut sind, wird die Sendung akzeptiert. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Sendung akzeptiert wird, obwohl 12 % aller Stücke der Sendung unbrauchbar sind?

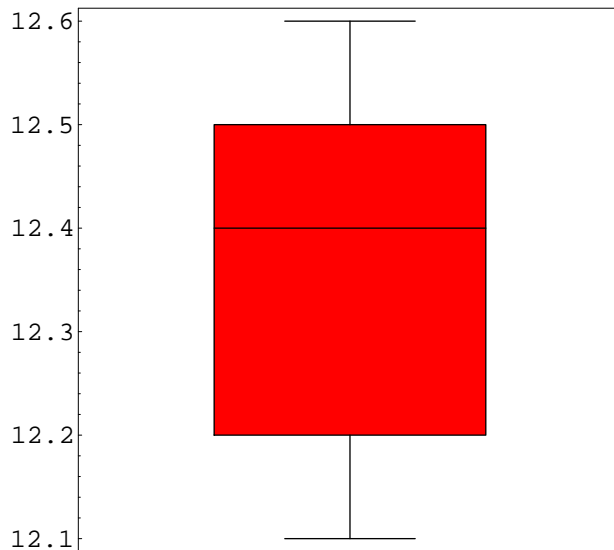
Aufgabe 3

(9 Punkte)

Herstellung von Stiften, Stiftdicke in mm:

In der Stichprobe Nummer S154 wurde 7 mal der Wert 12.4 gemessen, 12 mal der Wert 12.5, 14 mal der Wert 12.6, 15 mal der Wert 12.7, 11 mal der Wert 12.8 und 5 mal der Wert 12.9. Dazu sind für eine schon früher gemessenen Stichprobe S094 die folgenden Daten bekannt:

Stichprobenumfang $N_{S094} = 64$, Mittelwert $\bar{x}_{S094} = 12.3594$, Standardabweichung $s = 0.145535$. Dazu hat man noch einen Box-Whisker-Plot:



- Berechne für die Stichprobe $S154$ den Mittelwert und die Standardabweichung.
- Stelle für die Stichprobe $S154$ den Box-Whisker-Plot her und entscheide damit qualitativ, ob diese Stichprobe von der Stichprobe $S094$ wesentlich verschieden ist.
- Inzwischen ist bekannt geworden, dass in der Stichprobe $S094$ bei der Dateneintragung ein systematischer Fehler vorgekommen ist. Es wurde 5 mal der Wert 12.1 eingetragen. Richtig wäre stattdessen 5 mal der Wert 12.7 gewesen. Berechne damit, falls möglich, den korrigierten Mittelwert und die korrigierte Standardabweichung.

Aufgabe 4

(9 Punkte)

Normalverteilter Fehler:

Bei der Produktion von Gleitlagern mit dem Innen-Nennendurchmesser 5.295 mm ist durch Meßserien ein mittlerer Fehler (Standardfehler) von 0.005 mm festgestellt worden. Da hier wiederum eine Grossserie von $100'000$ Stück geplant ist, soll auf Grund der Erfahrung der Durchmesser durch eine Normalverteilung mit $\sigma = 0.005 \text{ mm}$ und $\mu = 5.295 \text{ mm}$ beschrieben werden.

- Berechne damit die Wahrscheinlichkeit, dass der Fehler des Innendurchmessers eines Lagers grösser als 0.007 mm ist. **(Teilaufgabe mit 6 Punkten)**
- Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine Welle mit dem grössten messbaren Durchmesser von 5.300 mm im gelagerten Bereich klemmen wird.

Aufgabe 5**(6 Punkte)****Konfidenzintervall:**

Zur Bestimmung der Streckgrenze einer Stahlsorte A hat man $n = 150$ Messungen durchgeführt. Daraus konnte man das arithmetische Mittel zu $\bar{x} = 315.0 \text{ N/mm}^2$ bestimmen. \bar{x} ist ein geeigneter Punktschätzer für den Mittelwert μ der Grundgesamtheit.

Aus der Erfahrung weiss man, dass das Streumass σ^2 der Grundgesamtheit ziemlich genau durch den Wert $\sigma^2 = 900(\text{N/mm}^2)^2$ gegeben ist. Weiter weiss man aus der Erfahrung, dass die mittlere Streckgrenze mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit eine normalverteilte Zufallsgrösse \bar{X} ist (mit der Normalverteilung $N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$). Daraus möchte man Genauigkeitsschranken oder Vertrauensgrenzen für den Mittelwert μ der Halbjahresproduktion bestimmen. Es ist bei der Firma üblich, in solchen Fällen Konfidenzintervalle zum Konfidenzniveau $\varepsilon = \text{resp. } \lambda = 0.99 = 1 - \alpha$ anzugeben. Bestimme das Konfidenzintervall $[c_{\alpha/2}, c_{1-\alpha/2}]$.

Aufgabe 6**(6 Punkte)****Hypothesentest:**

Anlässlich der Herstellung von Wellen wird die Qualität geprüft. Zwei Prüfverfahren V_1 und V_2 werden zur Auswahl vorgeschlagen. Dabei wird die maximale Laufzeit bei der höchsten zulässigen Drehzahl gemessen, unter Verwendung von verschiedenen Lagern je nach Verfahren. Nun macht man einen Versuch mit je 20 Wellen in beiden Verfahren. In 3 Fällen zeigt das Verfahren V_1 eine längere Laufzeit als das Verfahren V_2 . In 17 Fällen ist das Verfahren V_2 besser. Eine exakt gleiche Laufzeit bei beiden Verfahren kommt nicht vor.

Zur Sache formulieren wir eine die Hypothese H_0 : „Die beiden Verfahren sind nicht wesentlich verschieden, d.h. das Resultat beim Verfahren V_1 ist praktisch gleich dem Resultat beim Verfahren V_2 .“ H_0 vergleichen wir mit der folgenden Alternativhypothese H_1 : „Die beiden Verfahren sind wesentlich verschieden.“ Damit ist gemeint, dass das Resultat beim Verfahren V_1 ungleich ist dem Resultat beim Verfahren V_2 . Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass unter Annahme von H_0 hier dennoch die gemessene Abweichung der beiden Verfahren auftreten kann. Gelingt es somit, die Hypothese H_0 aufrecht zu erhalten, wenn man der Alternative höchstens eine Wahrscheinlichkeit von $\alpha = 1\%$ zubilligt?

Aufgabe 7**(3 Punkte)****Wahrscheinlichkeitsverteilung:**

In einem Lager befinden sich je eine sehr grosse Menge von gemischt eingelagerten älteren Elektromotoren von zwei Liferanten A und B . Beide Lieferanten haben etwa gleich viele Geräte geliefert. Um sie zu unterscheiden, muss man eine kleine Etikette ablesen, wozu es gute Augen und viel Licht braucht. Der grosse Raum hat kein Tageslicht und eine schlechte Beleuchtung. Dem Lager werden zufällig 40 Geräte entnommen. Die Wahrscheinlichkeit, dass man ein Gerät vom Liferanten A erwischt, ist 0.5. Ebenso für B . Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Staplerfahrer bei einem Lagerbesuch maximal 5 Motoren vom Lieferanten B mitnimmt? — Der Lieferant B hat eben angefragt, ob er zu Prüfzwecken 5 ältere Geräte ausleihen kann.

Aufgabe 8**(12 Punkte)****Kontingenztabelle oder Kreuztabelle:**

Ein Edelmetall verarbeitendes Unternehmen besitzt 90 gewöhnliche und 10 gepanzerte Lieferwagen, letztere für den Transport von Ware mit sehr hohem Wert. Die beiden Wagentypen kann man von aussen kaum voneinander unterscheiden. Im Mittel machen alle Wagen etwa gleich lange Tagesrouten. Die Firma beschäftigt gleichviele Fahrer und Fahrerinnen, zusammen soviele wie die Lieferwagen, wobei die Fahrer aus Sicherheitsüberlegungen zu vier mal soviel für Sicherheitstransporte in gepanzerten Fahrzeugen eingesetzt werden wie die Fahrerinnen. Die Beschäftigten wissen auf ihren Transporten nicht, was der Inhalt der transportierten verschlossenen Metallkisten ist. Nun studiert man in der Firma mitten im Frieden ein möglicher erster Überfall. Infolge der Struktur der Belegschaft darf angenommen werden, dass niemand von der eigenen Firma am Überfall beteiligt sein kann. Alle Wagen sind im Einsatz.

- (a) Erstelle eine Kreuztabelle (Kontingenztabelle) für die Situation an diesem Tag, an dem alle Wagen und Fahrer resp. Fahrerinnen im Einsatz sind.
- (b) Was ist die Chance, dass es im Falle eines ersten Überfalles an einem solchen Tag einen Sicherheitstransport trifft?
- (c) Was ist die Chance, dass im Falle eines ersten Überfalles ein Sicherheitstransport mit einer Frau am Steuer überfallen wird?
- (d) Was ist die Chance, dass im Falle eines ersten Überfalles ein Sicherheitstransport überfallen wird unter der Voraussetzung (resp. der Bedingung), dass eine Frau am Steuer sitzt? (Dies unter der Annahme, dass die Übeltäter gezielt Transporte mit Frauen auswählen.)

— ENDE —